Correction du devoir n° 6 - 1L.

Ex1 : f et h ont un coefficient négatif pour « x^2 »
donc $\mathcal{C}_3$ et $\mathcal{C}_4$ correspondent à f et h
et $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ correspondent à g et k

- $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x - 1$ $\quad \Delta = 1 - 4 \times \frac{-1}{2} \times (-1) = 1 - 2 = -1$
  $\Delta < 0$ donc $\mathcal{C}_f$ ne coupe pas l'axe des abscisses

  alors $\mathcal{C}_4$ <u>correspond à</u> f <u>et</u> $\mathcal{C}_3$ <u>correspond à</u> h

- $g(x) = \frac{1}{4}x^2 - 2x - 1$ le sommet de la parabole
  a pour abscisse $\frac{-b}{2a} = \frac{2}{2 \times \frac{1}{4}} = \frac{2}{1/2} = 4$
  donc $\mathcal{C}_2$ <u>correspond à</u> g <u>et $\mathcal{C}_1$ à</u> k.

Ex2 : 1) D'après la calculatrice, $\mathcal{H}$ est au-dessus de l'axe des abscisses sur $]-\infty ; 1[$ et sur $[3/2 ; +\infty[$
$\mathcal{H}$ est au-dessous de l'axe des abscisses sur $]1 ; 3/2]$. $\quad \mathcal{H} : y = \frac{2x-3}{x-1}$ $(x \neq 1)$

2) $\frac{2x-3}{x-1} \geq 0$ sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

x	$-\infty$		1		$3/2$		$+\infty$
$2x-3$		$-$	||	$-$	0	$+$	
$x-1$		$-$	||	$+$		$+$	
$\frac{2x-3}{x-1}$		$+$	||	$-$	0	$+$	

<u>$S =]-\infty ; 1[\cup]3/2 ; +\infty[$</u>

la conjecture est vérifiée
$\mathcal{H}$ au-dessus de l'axe sur $]-\infty ; 1[\cup]3/2 ; +\infty[$

3) $\mathcal{D} : y = -x + 3$
D'après la calculatrice, $\mathcal{D}$ est au-dessus de $\mathcal{H}$ sur $]-\infty ; 0]$ et sur $]1 ; 2]$; $\mathcal{D}$ est au-dessous de $\mathcal{H}$ sur $[0 ; 1[$ et sur $[2 ; +\infty[$.

4) $\dfrac{2x-3}{x-1} > -x+3$ sur $\mathbb{R}\setminus\{1\}$

$\Leftrightarrow \dfrac{2x-3}{x-1} + x - 3 > 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{2x-3}{x-1} + \dfrac{(x-3)(x-1)}{x-1} > 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{2x-3+x^2-4x+3}{x-1} > 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{x^2-2x}{x-1} > 0$

$\Leftrightarrow \boxed{\dfrac{x(x-2)}{x-1} > 0}$

x	$-\infty$	0		1		2	$+\infty$
x	$-$	0	$+$	‖	$+$		$+$
$x-2$	$-$		$-$	‖	$-$	0	$+$
$x-1$	$-$		$-$	‖	$+$		$+$
$\dfrac{x(x-2)}{x-1}$	$-$	0	$+$	‖	$-$	0	$+$

$S =]0;1[\cup]2;+\infty[$

$\mathcal{C}_h$ au-dessus de $\mathcal{D}$ sur $]0;1[\cup]2;+\infty[$

$\therefore$ conjecture vérifiée

Ex 3 : $f(x) = x^2+3x-1$ et $g(x) = 4-x^2$ définies sur $\mathbb{R}$

1) $\mathcal{C}_f$ a pour sommet $\dfrac{-3}{2}$ (abscisse) et $\mathcal{C}_g$ a pour sommet 0 (abscisse).

2) $f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2+3x-1 = 4-x^2$

$\Leftrightarrow 2x^2+3x-5=0$

$(x-1)(2x+5) = 2x^2+5x-2x-5 = 2x^2+3x-5$

donc $f(x)=g(x) \Leftrightarrow (x-1)(2x+5)=0$

$\Leftrightarrow x=1$ ou $x=-5/2$

$g(1)=f(1)=3$ et $g(-5/2)=f(-5/2)=4-\dfrac{25}{4}=\dfrac{-9}{4}$

$\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ se coupent en $A(1;3)$ et $B(-5/2\,;-9/4)$

3) $f(x)-g(x) = 2x^2+3x-5 = (x-1)(2x+5)$

x	$-\infty$	$-5/2$		1	$+\infty$
$x-1$	$-$		$-$	0	$+$
$2x+5$	$-$	0	$+$		$+$
$f(x)-g(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

$f(x)-g(x) \geq 0$ sur $]-\infty;-5/2]$ et sur $[1;+\infty[$

$\rightarrow \mathcal{C}_f$ au-dessus de $\mathcal{C}_g$

$f(x)-g(x) \leq 0$ sur $[-5/2;1]$

$\rightarrow \mathcal{C}_f$ au-dessous de $\mathcal{C}_g$