Devoir de mathématiques n^o 8 - 1èreL

26 mars 2012 - 1h

Exercice 1 (9,5 points)

Le coût de production d'un objet est de 95 euros.
Un objet peut présenter deux défauts : A ou B ou bien en même temps A et B.
Les réparations nécessaires à faire sont alors de 10 euros pour le seul défaut A, 15 euros pour le défaut B, et bien sûr 25 euros pour les deux défauts A et B.
Sur un lot de 200 objets prélevés, on constate que : 16 objets ont au moins le défaut A, 12 objets ont au moins le défaut B et 180 objets n'ont aucun défaut.

1. Construire un tableau des effectifs illustrant la situation.
2. On prélève au hasard un objet de ce lot. (on donnera les résultats en valeur décimale)
   (a) Calculer la probabilité p_1 que cet objet ne présente aucun défaut.
   (b) Calculer la probabilité p_2 que cet objet présente seulement le défaut A.
3. On suppose que tous les objets produits sont vendus.
   On note X la variable aléatoire qui à chaque objet choisi au hasard dans la production, associe son prix de revient (coût de production+coût de réparation éventuelle).
   (a) Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X.
   (b) Calculer l'espérance $E(X)$.
   (c) L'usine peut-elle espérer faire des bénéfices en vendant chaque objet 96 euros ?
   (d) On désire faire un bénéfice de 10 euros par objet.
   Expliquer comment on doit choisir le prix de vente d'un objet produit.

Exercice 2 (10,5 points)

Un professeur donne à ses élèves trois questions dans une interrogation écrite, et propose deux réponses par question : l'une juste et l'autre fausse.
On désigne par J une réponse juste et par F une réponse fausse.
On suppose que les élèves répondent à chaque question en indiquant soit la réponse juste soit la fausse.
On associe à chaque élève le résultat de son interrogation sous la forme d'une liste constituée des réponses données aux trois questions.
Par exemple, si un élève a répondu juste à la première question, faux à la deuxième et à la troisième, on lui associera la liste (J, F, F).

1. Déterminer, à l'aide d'un arbre, l'ensemble des résultats possibles.
2. On considère un élève qui répond totalement au hasard, sans se préoccuper de sa réponse précédente (ni des questions). Le professeur fait l'hypothèse d'équiprobabilité des résultats trouvés précédemment.
   (a) Montrer que la probabilité de l'événement A :"Le résultat contient exactement une réponse juste" est égale à $\frac{3}{8}$.
   (b) Déterminer la probabilité de l'événement B :"Le résultat contient au moins une réponse juste".
   (c) Déterminer la probabilité de l'événement C :"Le résultat contient exactement deux réponses justes".
3. On considère désormais que le professeur note les copies de la manière suivante : il donne 1 point pour une réponse juste, et ne donne ni enlève de point pour une réponse fausse.
   On appelle X la variable aléatoire qui à chaque résultat associe la note obtenue par l'élève.
   (a) Déterminer la loi de probabilité de X.
   (b) Calculer l'espérance $E(X)$ de X.
4. Anna est devant un QCM de 30 questions, chacune ayant deux réponses possibles, dont une juste.
   Elle répond totalement au hasard. Le professeur utilise la notation vue précédemmment.
   Quelle note peut-elle espérer obtenir ?