Correction du devoir n° 9 – 1.L

Ex1 : 1) ⓐ on répète 5 fois la même expérience de Bernoulli de façon indépendante « choisir une truffe » avec 2 issues possibles

S : « la truffe est au chocolat »

et $\overline{S}$: « la truffe est au praliné » 1,5

avec $p(S) = p = \frac{3}{4}$ et $p(\overline{S}) = 1/4$.

La Variable aléatoire X suit la loi Binomiale $\mathcal{B}(5\,;3/4)$ et $X \in \{0\,;1\,;2\,;3\,;4\,;5\}$ /1

ⓑ

valeurs de X	0	1	2	3	4	5
probabilité	0,0010	0,0146	0,0879	0,2637	0,3955	0,2373

1

$p(X=0) = p(\overline{S})^5 = \left(\frac{1}{4}\right)^5 = \frac{1}{1024}$

$p(X=1) = p(S) \times p(\overline{S})^4 \times \binom{5}{1} = \frac{3}{4} \times \left(\frac{1}{4}\right)^5 \times 5 = \frac{15}{1024}$

$p(X=2) = p(S)^2 \times p(\overline{S})^3 \times \binom{5}{2} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 \times \left(\frac{1}{4}\right)^3 \times 10 = \frac{90}{1024}$ 2

$p(X=3) = p(S)^3 \times p(S)^2 \times \binom{5}{3} = \left(\frac{3}{4}\right)^3 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 \times 10 = \frac{270}{1024}$

$p(X=4) = p(S)^4 \times p(S) \times \binom{5}{4} = \left(\frac{3}{4}\right)^4 \times \left(\frac{1}{4}\right) \times 5 = \frac{405}{1024}$

$p(X=5) = p(S)^5 = \left(\frac{3}{4}\right)^5 = \frac{243}{1024}$

ⓒ $p(X \geqslant 3) = p(X=3) + p(X=4) + p(X=5) = \frac{918}{1024} \simeq 0{,}8965$

probabilité que le visiteur tombe sur au moins 3 truffes au chocolat sur les 5 choisies 1,5

ⓓ $E(X) = n \times p = 5 \times \frac{3}{4} = 3{,}75$ Pour un très grand nombre de visiteurs, on peut espérer que chacun ait en moyenne 4 truffes au chocolat. 1,5

2) ⓐ L'expérience est répétée 10 fois $\to \mathcal{B}(10\,;3/4)$

$p(X=10) = p(S)^{10} = \left(\frac{3}{4}\right)^{10} \simeq 0{,}0563$

probabilité que toutes les truffes soient au chocolat 1,75

ⓑ Cette fois l'expérience est répétée 6 fois
on cherche
$p(X \leq 2) = p(X=0)+p(X=1)+p(X=2)$ paramètres $\begin{cases} n=6 \\ p=0{,}75 \end{cases}$
$\simeq 0{,}0376$
probabilité que Eva tombe malade

2,75

Ex2 : 1) X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(140;0{,}42)$

0,5

2) $\begin{cases} p(X \leq 46) < 0{,}025 \\ p(X \leq 47) > 0{,}025 \end{cases}$ $\begin{cases} p(X \leq 69) < 0{,}975 \\ p(X \leq 70) > 0{,}975 \end{cases}$

15

1 donc $\boxed{a=47}$ 1 donc $\boxed{b=70}$

3) $\begin{cases} 47:140 \simeq 0{,}34 \\ 70:140 = 0{,}5 \end{cases}$ donc $\boxed{I=[0{,}34;0{,}5]}$
1 intervalle de fluctuation à 95%

0,5 4) $f = \frac{49}{140} = 0{,}35$ fréquence observée

5) $f \in I$ donc on ne peut pas mettre en doute l'affirmation du journaliste
1 au seuil de 5%

Ex3 : 1) X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(n;0{,}6)$ 0,5

2) $p_n = 1-(1-0{,}6)^n = 1-0{,}4^n$ 1

13 « Julien marque au moins un panier »
est le contraire de « Julien en marque aucun »

3) $\begin{cases} 1-0{,}4^7 < 0{,}999 \\ 1-0{,}4^8 > 0{,}999 \end{cases}$ 1,5

Donc Julien doit effectuer au moins
8 lancers pour que la probabilité
qu'il marque au moins un
panier soit supérieure à 0,999.