Devoir de mathématiques n^o 3 - 1èreS7

16 octobre 2008 - 2H

Exercice 1 (4 points)

Soit $ABCD$ un tétraèdre.
On note K le barycentre de $(A, 2)$, $(D, 1)$, G celui de $(B, 2)$, $(C, 2)$, $(D, -1)$, et I le milieu de $[GK]$.

1. Faire une figure.
2. Démontrer que les points I, A, B et C sont coplanaires.

Exercice 2 (5 points)

Dans un repère de l'espace $\left(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$ on donne les points suivants : $A(0; 4; 0)$, $B(-7; -4; 4)$, $C(3; 6; -2)$ et $D(1; 3; -1)$.

1. Montrer que A, B, C et D sont coplanaires.
2. Montrer que (AB) et (CD) sont sécantes.
3. Déterminer le point I d'intersection de (AB) et (CD).

Exercice 3 (7 points)

On considère le tétraèdre $ABCD$ ci-contre.
On note I le milieu du segment $[AB]$ et J celui de $[CD]$.

1. (a) Soit G_1 le barycentre des points $(A, 1)$, $(B, 1)$, $(C, -1)$ et $(D, 1)$. Exprimez $\overrightarrow{\mathrm{IG_1}}$ en fonction de $\overrightarrow{\mathrm{CD}}$.
   Placez I, J et G_1 sur la figure.

   (b) Soit G_2 le barycentre des points $(A, 1)$, $(B, 1)$ et $(D, 2)$.
   Démontrez que G_2 est le milieu du segment $[ID]$ et placez G_2.

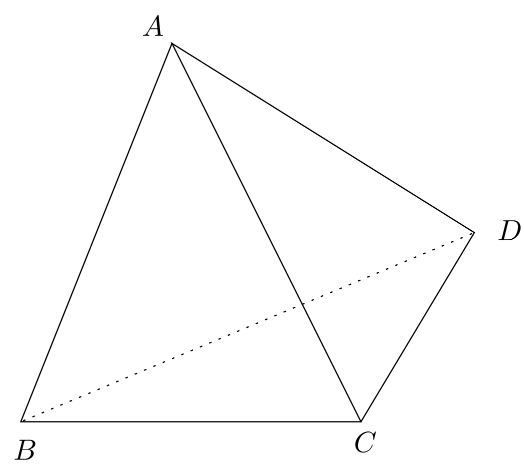
   (c) Démontrez que IG_1DJ est un parallélogramme.
   En déduire la position de G_2 par rapport aux points G_1 et J.
2. Soit m un réel. On note G_m le barycentre des points $(A, 1)$, $(B, 1)$, $(C, m-2)$ et (D, m).

   (a) Précisez l'ensemble $\mathcal{E}$ des valeurs de m pour lesquelles le barycentre G_m existe.
   Dans les questions qui suivent, on suppose que le réel m appartient à l'ensemble $\mathcal{E}$.

   (b) Démontrez que G_m appartient au plan (ICD).

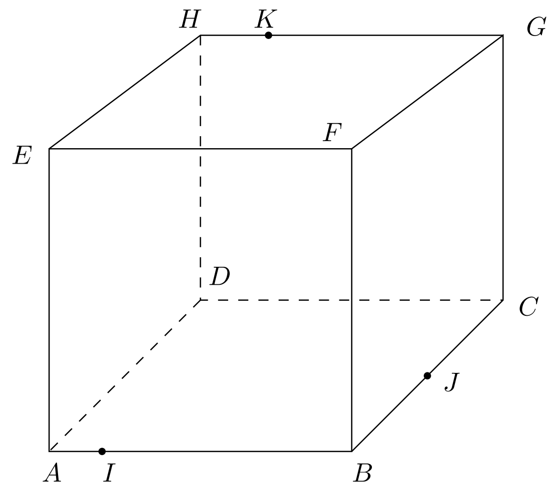
   (c) Démontrez que le vecteur $m\overrightarrow{\mathrm{J}G_m}$ est constant.

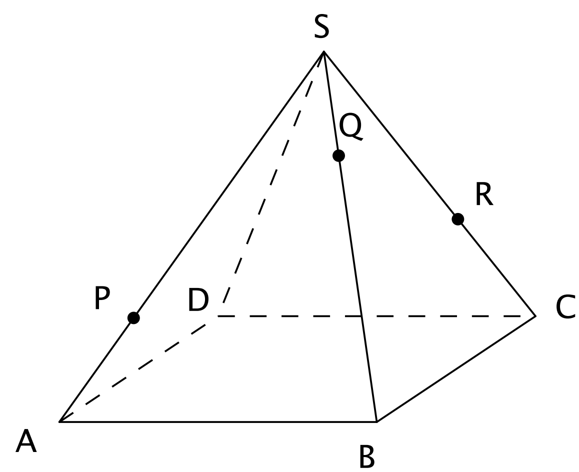
   (d) En déduire l'ensemble $\mathcal{F}$ des points G_m lorsque m décrit l'ensemble $\mathcal{E}$.



Exercice 4 (4 points)

1. Tracer la section du cube par le plan (IJK) ; laisser les traits de construction, aucune justification n'est demandée.





2. Tracer la section de la pyramide par le plan (PQR) ; aucune justification n'est demandée.