

Devoir de mathématiques n° 11 - 1èreS

12 mars 2009 - 2H

Exercice 1 : Soit ABC un triangle tel que $AB = 15$, $AC = 13$ et $BC = 12$; on appelle H le pied de la hauteur issue de A et I le milieu de $[BC]$.

1. Calculer AI .
2. Calculer $\cos(\widehat{ABC})$; en déduire $\sin(\widehat{ABC})$.
3. Calculer l'aire du triangle ABC ; en déduire la longueur AH .

Exercice 2 : A et B sont deux points tels que $AB = 5$ cm.

1. Déterminer \mathcal{E} l'ensemble des points M tels que $MA^2 - MB^2 = 20$, et le représenter.
2. Déterminer \mathcal{F} l'ensemble des points M tels que $(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}) \cdot \overrightarrow{MA} = 0$, et le représenter sur la même figure.

Exercice 3 : Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$. Soient $A(3; 6)$ et $B(0; 6)$; on note \mathcal{E} l'ensemble des points tels que :

$$2MA^2 + OM^2 - MB^2 = 68$$

On complètera la figure au fur et à mesure.

1. Montrer que \mathcal{E} est le cercle d'équation $x^2 + y^2 - 6x - 6y - 7 = 0$; préciser son centre et son rayon.
2. On considère le cercle \mathcal{C} d'équation $x^2 + y^2 + 4x - y - 2 = 0$; déterminer son centre et son rayon.
3. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de \mathcal{E} et \mathcal{C} ; on notera I celui dont l'ordonnée est la plus grande, et J l'autre point.
4. (a) Déterminer une équation de la tangente à \mathcal{E} en J ; on note T_J cette droite.
(b) Déterminer une équation de la tangente à \mathcal{C} en J ; on note T'_J cette droite.
(c) Montrer que ces deux droites sont perpendiculaires (*On dit que les cercles sont orthogonaux*).

Exercice 4 :

$EFGH$ est un rectangle avec $EH = 2$ et $EF = 3$. M est le milieu de $[FG]$, et K est défini par $\overrightarrow{HK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{HG}$; L est le projeté orthogonal de K sur (EM) .

1. Montrer que $\overrightarrow{EK} \cdot \overrightarrow{EM} = 5$ (décomposer chaque vecteur par la relation de Chasles).
2. En écrivant le produit scalaire $\overrightarrow{EK} \cdot \overrightarrow{EM}$ de deux manières différentes, déterminer :
 - (a) la longueur EL
 - (b) une mesure de l'angle \widehat{KEM} en radians

