Devoir de mathématiques n^o 11 - 1èreS

9 mai 2011 - 1H

Exercice 1

Une machine remplit automatiquement des sachets d'épices. On prélève un échantillon de la production ; après pesée, on obtient la distribution des masses de sachets suivante.

Masse en g	< 38	< 39	$< 39,5$	< 40	$< 40,5$	< 41	$< 41,5$	< 42	$< 42,5$	< 43	$< 43,5$	< 44
Effectif	0	3	8	18	31	51	69	84	84	95	99	100

.

1. Compléter le nouveau tableau ci-dessous donnant les effectifs par classes.

Masse en g	$[38;39[$	$[39;39,5[$	$[39,5;40[$	$[40;40,5[$	$[40,5;41[$
Effectif	3	5	10		

Masse en g	$[41;41,5[$	$[41,5:42[$	$[42;42,5[$	$[42,5;43[$	$[43;44[$
Effectif					5

(on arrondira au dixième)

2. Calculer la moyenne de cette série statistique.
3. Calculer l'écart-type de la distribution des masses des sachets d'épices.
4. La production de la machine est jugée bonne si la série des mesures de l'échantillon remplit les trois conditions suivantes :
   - la moyenne $\overline{x}$ appartient à $[40,5;41]$;
   - l'écart-type s est strictement inférieur à 2 ;
   - au moins 90 % de l'effectif figure dans $[\overline{x}-2s;\overline{x}+2s]$.

   La production est-elle bonne ?

Exercice 2

Dans un repère $(O;\overrightarrow{i},\overrightarrow{j})$ du plan, on considère le point A de coordonnées polaires $(2;\frac{\pi}{6})$, et les points B et C dont les coordonnées cartésiennes respectives sont $(-\sqrt{3};-1)$ et $(2;0)$.
Dans tout l'exercice, les angles seront donnés avec leur mesure principale.

1. Calculer les coordonnées polaires du point B : que peut-on dire des points O, A et B ?
2. Soit I le milieu de $[BC]$; donner les coordonnées cartésiennes de I.
3. Quelle est la nature du triangle OBC ? En déduire la mesure de l'angle $(\overrightarrow{i},\overrightarrow{OI})$.
4. Donner les coordonnées polaires de I, et en déduire les valeurs exactes de $\cos(-\frac{5\pi}{12})$ et $\sin(-\frac{5\pi}{12})$.

   (il n'est pas demandé de simplifier au maximum $\sin(-\frac{5\pi}{12})$*)*

Exercice 3

1. On donne $\cos a = \dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ et $a \in [0;\frac{\pi}{2}[$: calculer $\cos 2a$ et en déduire a.
2. Résoudre sur $[0;2\pi[$, l'équation $\sqrt{3}+2\sin(x-\frac{\pi}{4})=0$
3. En utilisant les formules de duplication, factoriser l'expression : $A(x)=1+\cos 2x+\cos x$ et résoudre $A(x)=0$ dans $]-\pi;\pi]$.
4. En utilisant les formules d'addition et de duplication, montrer que pour tout réel $x \neq \frac{k\pi}{2}$, avec $k \in \mathbb{Z}$,

$$\frac{\sin 3x}{\sin x}-\frac{\cos 3x}{\cos x}$$

   est une constante que l'on précisera.