

Devoir de mathématiques n^o 12 - 1èreS

24 mai 2011 - le dernier ! - 2H

Exercice 1

(5,5 points)

Etudier le sens de variation des suites (u_n) suivantes :

1. $u_n = n^2 - 3n + 1$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
2. $u_0 = 3$ et $u_{n+1} = 2u_n^2 + u_n + 3$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
3. $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = -\frac{u_n}{5}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
4. $u_n = \frac{3^{n+1}}{5^n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
5. $u_n = \frac{2^n}{n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

Exercice 2

(7,5 points)

1. (u_n) est une suite géométrique de raison $q > 0$ telle que $u_1 = 12$ et $u_5 = 3072$: calculer q puis u_7 .
2. (v_n) est une suite arithmétique de raison r telle que $v_1 = -6$ et $v_1 + v_2 + \dots + v_8 = 92$: calculer v_8 et r .
3. Déterminer 3 nombres a , b et c en progression arithmétique dont la somme est 27 et la somme des carrés est 261.
4. Calculer $2 + 5 + 8 + \dots + 32 + 35$.
5. La suite (u_n) est géométrique de raison 2 et de premier terme $u_0 = 3$. Calculer n sachant que $u_0 + u_1 + \dots + u_n = 196605$.

Exercice 3

(7 points)

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par :

$$\begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 6}{u_n + 2} \end{cases} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

1. Calculer u_1 et u_2 . Vérifier que (u_n) n'est ni arithmétique ni géométrique.
2. Soit $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :

$$v_n = \frac{u_n - 2}{u_n + 3}$$

- (a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $-\frac{1}{4}$.
 - (b) Exprimer v_n en fonction de n .
 - (c) Etudier la limite de la suite (v_n) .
3. Exprimer u_n en fonction de v_n .
 4. Déterminer la limite de la suite (u_n) .