Devoir de mathématiques n^o 6 - 1èreS

21 décembre 2010 - 1H

Exercice 1

Déterminer les limites suivantes, et préciser, s'il y a lieu, si la courbe représentative de la fonction admet une asymptote horizontale ou verticale.

Détailler la démonstration de la limite d'une fonction polynôme et d'une fonction rationnelle à l'infini.

1.
$$f_1(x) = -x^3 + 2x^2 - x + 3$$
 en $+\infty$

5.
$$f_5(x) = \frac{x^2 - x - 6}{2x^2 - 7x + 3}$$
 en 3

2.
$$f_2(x) = \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 + 1}$$
 en $-\infty$

6.
$$f_6(x) = \frac{4x - \sqrt{x}}{x}$$
 en 0

3.
$$f_3(x) = \frac{3-4x}{x-1}$$
 en 1

7.
$$f_7(x) = \frac{2x-1}{x^2-2x-3}$$
 en -1

4.
$$f_4(x) = \frac{-2x^4 + x - 7}{3x^2 - 5}$$
 en $+\infty$

Exercice 2

Soit f définie sur $]2; +\infty[$ par

$$f(x) = \frac{2x^2 - 2x - 3}{x - 2}$$

- 1. Déterminer les limites de f aux bornes de son domaine de définition; préciser les asymptotes éventuelles.
- 2. (a) Déterminer trois réels a,b, et c tels que pour tout $x\in]2;+\infty[,$ on a

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x - 2}$$

- (b) Montrer alors que \mathscr{C}_f admet une asymptote oblique \mathscr{D} dont on précisera l'équation.
- (c) Etudier la position relative de \mathcal{C}_f et de \mathcal{D} .