Devoir de mathématiques n^o 9 - 1èreS

8 mars 2011 - 1H30

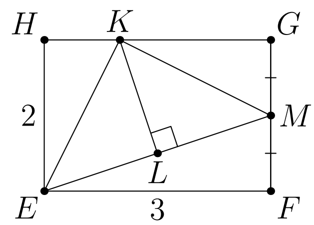
Exercice 1

Dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points $A(-1;-2)$, $B(2;4)$ et $C(6;2)$.

1. Déterminer une mesure de l'angle $\widehat{BAC}$, arrondie au degré.
2. Montrer que ABC est un triangle rectangle en B.

Exercice 2

$EFGH$ est un rectangle avec $EH = 2$ et $EF = 3$. M est le milieu de $[FG]$, et K est défini par $\overrightarrow{HK} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{HG}$; L est le projeté orthogonal de K sur (EM).



1. Montrer que $\overrightarrow{EK}.\overrightarrow{EM} = 5$
   (décomposer chaque vecteur par la relation de Chasles).
2. En écrivant le produit scalaire $\overrightarrow{EK}.\overrightarrow{EM}$ de deux manières différentes, déterminer :
   (a) la longueur EL
   (b) une mesure de l'angle $\widehat{KEM}$ en radians

Exercice 3

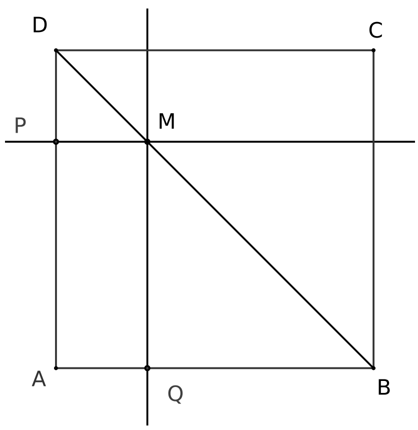
Soient deux points du plan A et B tels que $AB = 6$.

1. (a) Déterminer l'ensemble $\mathscr{E}_1$ des points M du plan tels que $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AM} = 10$
   (b) Déterminer l'ensemble $\mathscr{E}_2$ des points M du plan tels que $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AM} = -12$
2. (a) Déterminer l'ensemble $\mathscr{F}_1$ des points M du plan tels que $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 0$
   (b) Déterminer l'ensemble $\mathscr{F}_2$ des points M du plan tels que $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = -9$
   (c) Déterminer l'ensemble $\mathscr{F}_3$ des points M du plan tels que $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 1$
3. Construire tous les ensembles sur une même figure.

Exercice 4

$ABCD$ est un carré de côté 1,
et M est un point de la diagonale $[BD]$.
On note P le projeté orthogonal de M sur (AD),
et Q le projeté orthogonal de M sur (AB).

Le but est de montrer que les droites (CP) et (DQ) sont perpendiculaires.



Première méthode : Dans le repère orthonormal $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$, on pose $\overrightarrow{DM} = x\overrightarrow{DB}$.

1. Déterminer les coordonnées de tous les points de la figure.
2. Calculer $\overrightarrow{CP}.\overrightarrow{DQ}$ et conclure.

Deuxième méthode :

1. Justifier que $\overrightarrow{DP}.\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AQ}.\overrightarrow{AB}$
2. En déduire que $\overrightarrow{CP}.\overrightarrow{DQ} = 0$ et conclure.