Correction du devoir n°1 - 15.

Ex 1 1) $f(x) = 3x^2 - 12x - 15$

$= 3(x^2 - 4x - 5)$

$= 3[(x-2)^2 - 4 - 5]$

1,5 $= \boxed{3(x-2)^2 - 27}$ forme canonique

2) $f(x) = 0 \iff 3(x-2)^2 = 27 \iff (x-2)^2 = 9 \iff x - 2 = 3$ ou $x - 2 = -3$

$\iff x = 5$ ou $x = -1$

1,5 $\boxed{S = \{-1 ; 5\}}$

1

3) $f(0) = -15$ Donc C_f coupe l'axe des ordonnées en $A(0 ; -1$

4)

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-27	$\nearrow$	$+\infty$

$a = 3$
$a > 0$

+ courbe

1

Ex 2 1) $4x^2 - 9 = 0$ dans $\mathbb{R}$

$\iff (2x-3)(2x+3) = 0$

$\iff x = 3/2$ ou $x = -3/2$

1,5 $\boxed{S = \{-3/2 ; 3/2\}}$

2) $2x^2 - 7x = 0$ sur $\mathbb{R}$

$\iff x(2x - 7) = 0$

$\iff x = 0$ ou $x = 7/2$

1,5 $\boxed{S = \{0 ; 7/2\}}$

3) $2004x^2 + x - 2005 = 0$ sur $\mathbb{R}$

$\Delta = 1 - 4 \times (2004) \times (-2005) = 16\,072\,080$

$\sqrt{\Delta} = 4009$

1,5 $\begin{cases} x_1 = \dfrac{-1 + 4009}{4008} = 1 \\ \text{et} \\ x_2 = \dfrac{-1 - 4009}{4008} = \dfrac{-4010}{4008} = -\dfrac{2005}{2004} \end{cases}$

$\boxed{S = \left\{-\dfrac{2005}{2004} ; 1\right\}}$

ou on remarque que 1 est « racine apparente » donc la 2ème est $\dfrac{c}{a} = \dfrac{-2005}{2004}$.

4) $-\dfrac{3}{4}x^2 + 2x - 5 = 0$ sur $\mathbb{R}$

$\iff -3x^2 + 8x - 20 = 0$

$\Delta = 64 - 4 \times (-3) \times (-20) = -176$

$\Delta < 0$ donc pas de racines

1

$\boxed{S = \emptyset}$

5) $\dfrac{3x^2+10x+8}{x+2} = 2x+5$ sur $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$

$\Leftrightarrow 3x^2+10x+8 = (x+2)(2x+5)$

$\Leftrightarrow 3x^2+10x+8 = 2x^2+9x+10$

$\Leftrightarrow x^2+x-2=0$

$\Delta = 1-4\times(-2) = 9$.

$\sqrt{\Delta} = \sqrt{9} = 3$

$\begin{cases} x_1 = \dfrac{-1+3}{2} = 1 \\ x_2 = \dfrac{-1-3}{2} = \cancel{-2} \end{cases}$ 2,5

$\boxed{S=\{1\}}$

Ex3 $\begin{cases} f(x) = -\frac{1}{2}x^2+x-1 \\ h(x) = -\frac{1}{3}x^2-2x-1 \end{cases}$ dans les 2 cas, le coefficient a est négatif donc les courbes correspondantes sont $\mathcal{C}_2$ et $\mathcal{C}_3$.

pour f, $\Delta = 1-4\times(-\frac{1}{2})\times(-1)$
$= 1-2 = -1$

$\Delta<0$ donc la courbe représentative ne coupe jamais l'axe des abscisses : c'est $\mathcal{C}_3$

2,5

alors h est représentée par $\mathcal{C}_2$

$\begin{cases} g(x) = \frac{1}{4}x^2-2x-1 \\ k(x) = \frac{1}{4}x^2+x-1 \end{cases}$ dans les 2 cas, $a=\frac{1}{4}$, $a>0$ donc les courbes correspondantes sont $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_4$

pour g, $\dfrac{-b}{2a} = \dfrac{2}{1/2} = 4$ abscisse du sommet de la parabole

2 donc g est représentée par $\mathcal{C}_1$
et k est représentée par $\mathcal{C}_4$.

Graphiquement, l'inéquation $f(x)>g(x)$ a pour solutions les abscisses des points tels que $\mathcal{C}_3$ soit strictement au-dessus de $\mathcal{C}_1$

On lit $\boxed{S =]0\,;4[}$ 1,5