Devoir de mathématiques n^o 3 - 1èreS

9 novembre 2011 - 2h

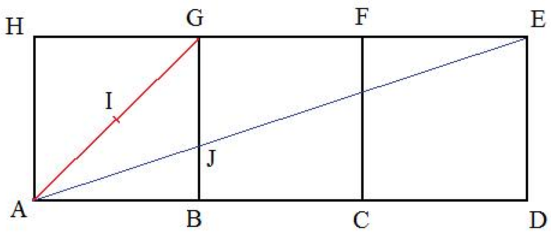
Exercice 1 (5,5 pts)

Dans un repère orthonormé, on donne la droite (d) d'équation $2x - 3y + 6 = 0$, le point $A(1;7)$ et le vecteur $\overrightarrow{v}(2;-3)$.

1. Dans ce repère, tracer (d), placer A et construire $\overrightarrow{v}$.
2. Donner les coordonnées d'un vecteur $\overrightarrow{u}$ directeur de (d).
3. Construire le vecteur $\overrightarrow{w}$ (laisser les traces de la construction) défini par $\overrightarrow{w} = 2\overrightarrow{u} - \frac{1}{2}\overrightarrow{v}$.
   Calculer ensuite les coordonnées de $\overrightarrow{w}$.
4. $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ sont-ils colinéaires ?
5. Déterminer une équation cartésienne de la droite (d') passant par A et de vecteur directeur $\overrightarrow{v}$, puis la tracer.
6. Déterminer les coordonnées du point d'intersection de (d) et (d').
7. Déterminer une équation cartésienne de la droite (d'') parallèle à (d) passant par A puis tracer (d'').

Exercice 2 (4,5 pts)

On donne trois carrés ABGH, BCFG et CDEF.
I est le milieu de $[AG]$,
et J est le point d'intersection de (AE) et (BG).
Montrer que C, I et J sont alignés.



Exercice 3 (4 pts)

Le plan est muni d'un repère orthogonal.
On considère l'ensemble D_m des points $M(x;y)$ dont les coordonnées vérifient la relation

$$mx + (2m-1)y + 4 = 0$$

avec m réel.

1. Montrer que l'ensemble D_m est une droite.
2. Pour quelles valeurs de m D_m est-elle parallèle à l'un des axes du repère ?
3. Donner une équation des droites D_0 et D_1 puis déterminer les coordonnées de leur point d'intersection.
4. Montrer que D_m passe par un point fixe quelque soit la valeur du réel m.

Exercice 4 (6 pts)

On considère le triangle ABC donné en annexe. On complètera la figure au fur et à mesure.

1. Soit G le point défini par $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$: montrer que $\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{0}$.
2. Soit H le point tel que $2\overrightarrow{HB} + 3\overrightarrow{HC} = \overrightarrow{0}$: montrer que $\overrightarrow{BH} = \frac{3}{5}\overrightarrow{BC}$.
3. Soit K le point tel que $\overrightarrow{KA} + 3\overrightarrow{KC} = \overrightarrow{0}$: exprimer $\overrightarrow{AK}$ en fonction de $\overrightarrow{AC}$
4. Soit L le point tel que $\overrightarrow{LA} + 2\overrightarrow{LB} + 3\overrightarrow{LC} = \overrightarrow{0}$.
   (a) Montrer que $\overrightarrow{AL} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.
   (b) Montrer que L est le milieu de $[GC]$.
5. Montrer que L, A et H sont alignés.
6. Montrer que L appartient à la droite (KB).
7. Que peut-on dire des droites (GC), (HA) et (KB) ?

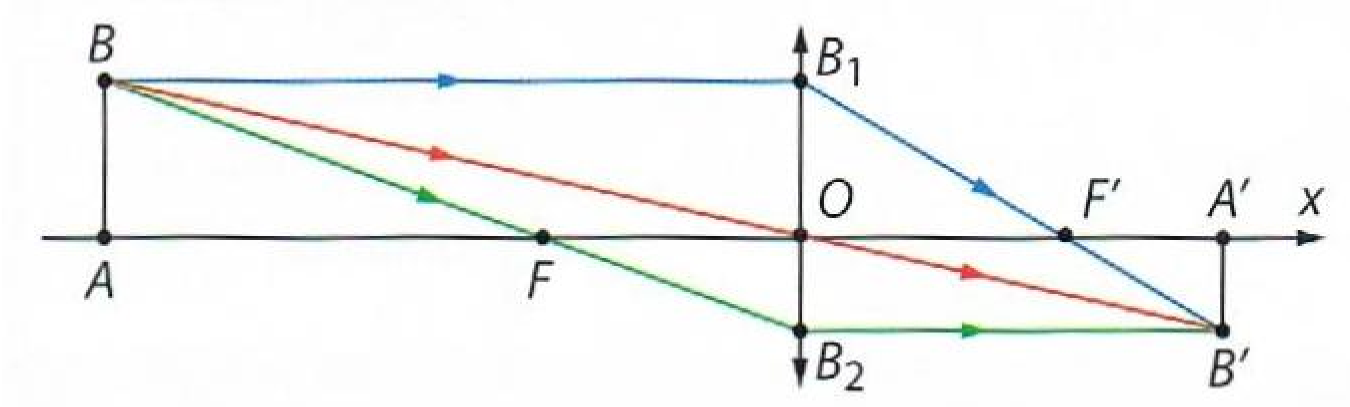
Fin du contrôle

A rendre pour mardi 15/11

Dans le cas de « conditions de Gauss », les règles de construction de rayons lumineux émergents d'une lentille convergente de foyers F et F' et de centre optique O sont les suivantes :

- Les rayons passant par le centre O ne sont pas déviés.
- Les rayons parallèles è l'axe (FF') émergent selon des rayons passant par le foyer image F'.
- Les rayons passant par le foyer F émergent selon des rayons parallèles è l'axe (FF')

L'image A'B' ainsi obtenue d'un objet AB placé parallèlement è la lentille est ainsi obtenue :



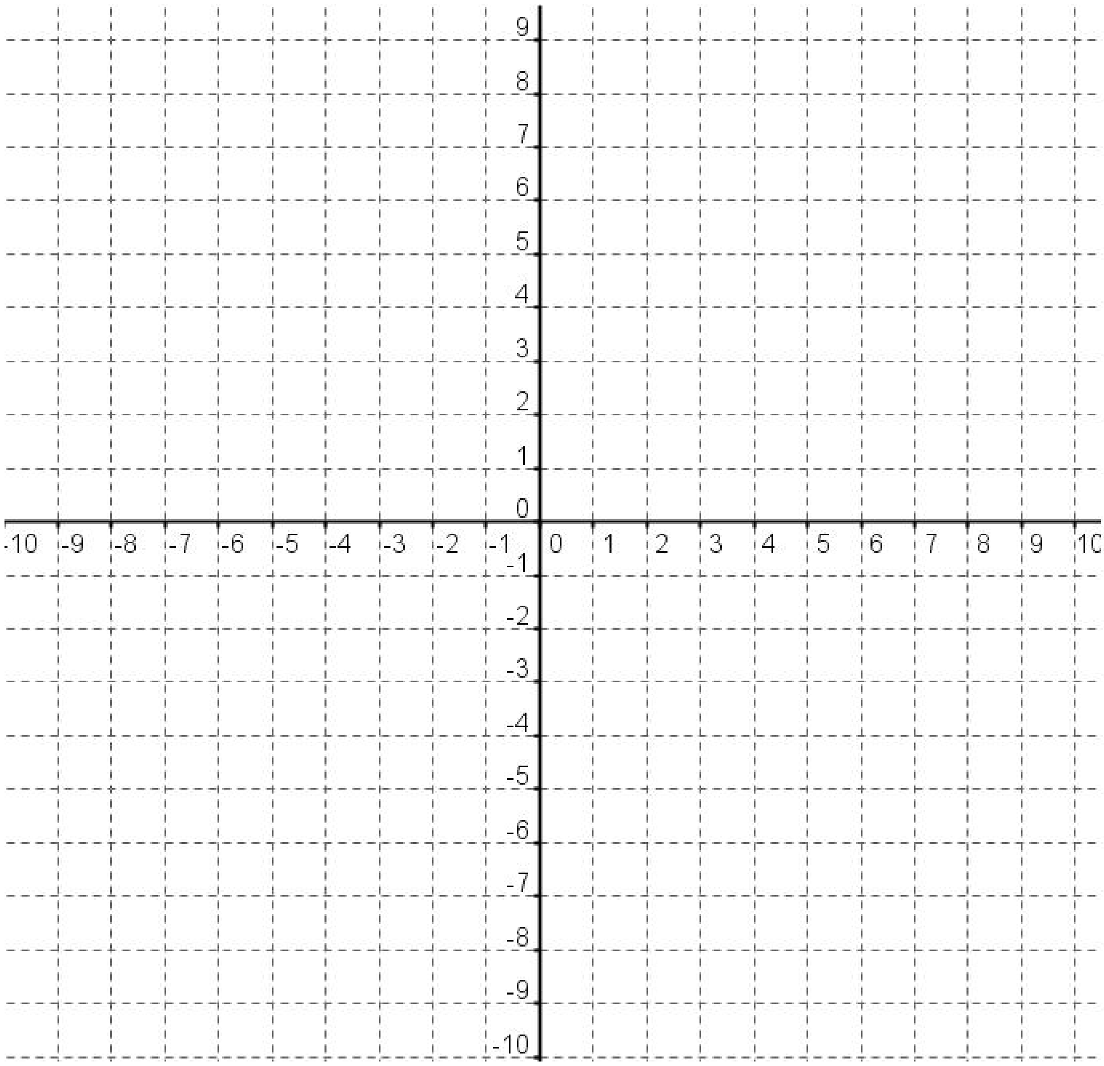
La distance focale f de la lentille est la distance entre centre optique-foyer : $f = OF = OF'$

On considère le repere orthonormé d'origine O selon le schéma ci-dessus.

On note f l'abscisse du foyer F' et le point A n'est pas placé en O ($x_A \neq 0$)

1. Justifier que (OB) admet pour équation réduite $y = \dfrac{y_B}{x_A}x$
2. Justifier que le vecteur $\overrightarrow{FB}$ a pour coordonnées $(f + x_A; y_B)$ puis déterminer une équation cartésienne de la droite (BF).
3. En déduire les coordonnées du point B', puis du point A' en fonction de x_A.
4. Justifier alors la relation de conjugaison pour une lentille : $\dfrac{1}{x_A} - \dfrac{1}{x'_A} = \dfrac{1}{f}$

Annexe exercice 1



Annexe exercice 4