

# Devoir de mathématiques n° 8 - 1èreS

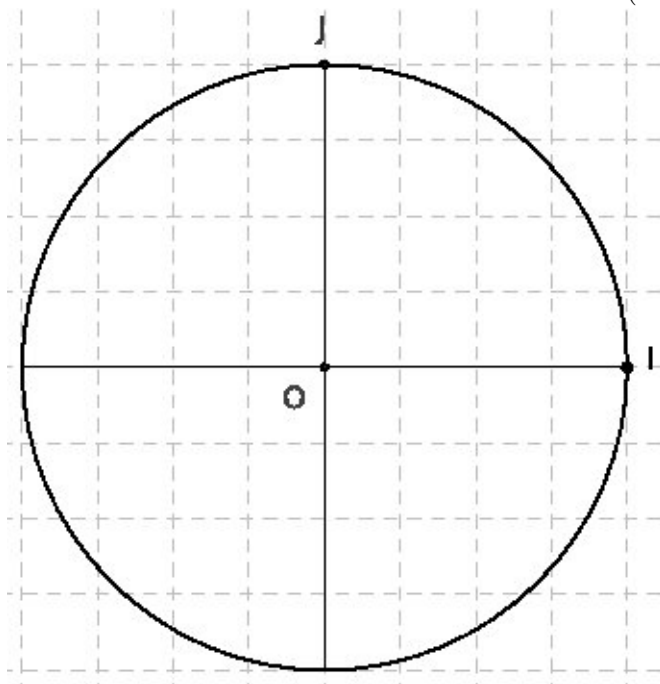
15 février 2012 - 2h

## Exercice 1

(3 pts)

Déterminer la mesure principale des angles, puis les placer sur le cercle trigonométrique ci-joint.

1.  $\frac{-11\pi}{3}$
2.  $\frac{33\pi}{4}$
3.  $\frac{-17\pi}{6}$
4.  $\frac{-75\pi}{8}$



## Exercice 2

(3 pts)

En utilisant les angles associés, exprimer les expressions suivantes en fonction de  $\cos x$  et  $\sin x$  :

1.  $A = \cos(x - \pi) - \sin(\pi - x) + \cos(\pi + x) - \sin(-x)$
2.  $B = \sin x + \cos(x + \frac{\pi}{2}) + \cos x - \sin(x + \frac{\pi}{2})$

Calculer les expressions suivantes en utilisant les angles associés :

3.  $C = \sin \frac{3\pi}{8} + \sin \frac{5\pi}{8} + \sin \frac{11\pi}{8} + \sin \frac{13\pi}{8}$
4.  $D = \cos \frac{\pi}{10} + \cos \frac{2\pi}{5} + \cos \frac{3\pi}{5} + \cos \frac{9\pi}{10}$

## Exercice 3

(6 pts)

Résoudre les équations et les inéquations suivantes :

1. Sur  $[0; 3\pi[$  :  $\cos x = \frac{1}{2}$
2. Sur  $] -\pi; \pi]$  :  $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$
3. Sur  $[0; 4\pi[$  :  $\cos x = \cos \frac{2\pi}{3}$
4. Sur  $[0; 2\pi[$  :  $\cos^2 x = \frac{3}{4}$
5. Sur  $] -\pi; \pi]$  :  $6 - 12 \cos x > 0$
6. Sur  $] -\pi; 2\pi]$  :  $\sin x \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$
7. Sur  $] -\pi; \pi]$  :  $2 \sin^2 x - \sin x - 1 = 0$
8. Sur  $] -\pi; \pi]$  :  $\sin 2x = \sin \frac{\pi}{4}$

### Exercice 4

(8 pts)

**Remarque :** Les parties B et C peuvent être traitées indépendamment de la partie A.

#### Partie A (2,5 points)

On considère la fonction  $f$  définie sur  $]0; +\infty[$  et on note  $C_f$  sa courbe représentative.

$C_f$  passe par le point A de coordonnées (1; 1).

$C_f$  admet la droite  $(d)$  d'équation  $y = -x + 2$  pour tangente au point A.

1. En utilisant les données du texte et en justifiant la réponse, déterminer  $f(1)$  et  $f'(1)$ .
2.  $f$  est de la forme  $f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x}$ ; exprimer  $f'(x)$  en fonction des coefficients  $a$  et  $b$ .
3. En déduire la valeur des coefficients  $a$  et  $b$ .

#### Partie B (4,5 points)

On suppose pour la suite que  $a = -2$  et  $b = 2$  et on a alors  $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x}$  définie sur  $]0; +\infty[$ .

1. Etudier les variations de  $f$  puis dresser son tableau de variations.  
Donner la valeur exacte du minimum puis sa valeur arrondie aux centièmes.
2. Déterminer l'équation réduite de la tangente  $(d_1)$  à la courbe au point d'abscisse 2.
3. Dans le repère donné en annexe, tracer  $C_f$ ,  $(d)$  et  $(d_1)$ .

#### Partie C (1 point)

Une entreprise fabrique des jouets en plastique.

La fonction  $f$  représente le coût moyen **unitaire** de production en euros en fonction du **nombre  $x$  de milliers** de jouets produits par jour, c'est-à-dire le **coût de production d'un millier** de jouets quand l'entreprise en produit  $x$  milliers chaque jour.

On suppose que toute la production est vendue, et que chaque jouet est vendu 2 euros.

Déterminer le nombre de jouets arrondi à l'unité, que l'entreprise doit produire chaque jour, pour que le coût moyen de production soit minimum.

Quel est alors le bénéfice journalier arrondi à l'euro de l'entreprise ?

#### ANNEXE de l'exercice 1

