

Devoir de mathématiques n° 9 - 1èreS

14 mars 2012 - 1h

Exercice 1

(4 points)

Pour une compétition internationale, le sélectionneur doit choisir entre deux tireurs à l'arc dont les performances sont définies par les lois de probabilités ci-dessous.

A chaque tir dans la cible, on associe un nombre de points. Plus la flèche est proche du centre de la cible, plus le nombre de points est élevé.

On note X et Y les variables aléatoires donnant le nombre de points obtenus à chaque tir respectivement par le tireur A et le tireur B.

Tireur A	1	2	3	4	5	10
probabilité	0,16	0,15	0,20	0,25	0,18	0,06

Tireur B	1	2	3	4	5	10
probabilité	0,03	0,1	0,51	0,21	0,11	0,04

Calculer l'espérance et l'écart type de chacune des deux variables aléatoires.
Compte tenu de ces informations, quel tireur va choisir le sélectionneur ?

Exercice 2

(8 points)

Le coût de production d'un objet est de 950 euros.

Cet objet peut présenter un défaut A, un défaut B, ou bien en même temps le défaut A et le défaut B.

La garantie permet de faire des réparations aux frais du fabricant avec les coûts suivants :

100 euros pour le défaut A et 150 euros pour le défaut B.

On admet que 90% des objets produits n'ont aucun défaut, 5% ont au moins le défaut A, et 4% ont les deux défauts A et B.

- On note X la variable aléatoire qui, à chaque objet choisi au hasard, associe son prix de revient, c'est-à-dire son coût de production augmenté du coût de réparation éventuel.
Déterminer la loi de probabilité de X .
- Calculer l'espérance mathématique $E(X)$ de cette variable aléatoire.
Que représente $E(X)$ pour l'usine ?
- On admet que tous les objets produits sont vendus.
 - L'usine peut-elle espérer réaliser des bénéfices en vendant 960 euros chaque objet vendu ?
 - L'usine veut réaliser un bénéfice moyen de 100 euros par objet.
Expliquer comment doit-on alors choisir le prix de vente de l'objet produit.

Exercice 3

(8 pts)

Une urne contient une boule rouge et n boules blanches.

On tire **successivement et avec remise** deux boules de l'urne.

- Exprimer en fonction de n la probabilité des événements suivants :
M : « Les deux boules sont de la même couleur »
N : « Les deux boules sont de couleur différente »
- On considère le jeu suivant : le joueur perd $(n+1)^2$ euros si M est réalisé et gagne $2(n+1)^2$ euros sinon. On appelle X la variable aléatoire égale au gain (positif ou négatif) du joueur.
 - Déterminer la loi de probabilité de X .
 - Démontrer que $E(X) = -n^2 + 4n - 1$.

Pour les questions suivantes toute trace de recherche et de raisonnement seront pris en compte.

- Pour quelles valeurs de n le jeu est favorable au joueur ?
- Si on laisse choisir au joueur le nombre de boules blanches, que doit-il répondre ?