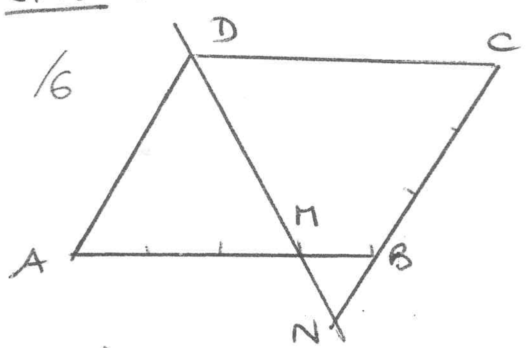
Correction du devoir n°3 - 1S

Ex 1 : /6



1) • Dans le repère $(A; \vec{AB}, \vec{AD})$ 1

$A(0;0)$, $B(1;0)$, $\boxed{D(0;1)}$

• $ABCD$ parallélogramme donc $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{AD}$ soit $\boxed{C(1;1)}$ 0,5

• $\vec{AM} = \frac{3}{4}\vec{AB}$ donc $\boxed{M(3/4;0)}$ 0,5

• $\vec{CN} = \frac{4}{3}\vec{CB} \iff \begin{cases} x_N - 1 = \frac{4}{3}\times 0 = 0 \\ y_N - 1 = 4/3 \times (-1) \end{cases} \iff \begin{cases} x_N = 1 \\ y_N = -\frac{4}{3}+1 = \frac{-1}{3} \end{cases}$ $\boxed{N\left(1; -\frac{1}{3}\right)}$ 1

$\vec{CB}\begin{pmatrix}0\\-1\end{pmatrix}$

• $\vec{DM}\begin{pmatrix}3/4\\-1\end{pmatrix}$ $\vec{DN}\begin{pmatrix}1\\-4/3\end{pmatrix}$ $\frac{3}{4}\times\frac{-4}{3} - (-1)\times 1 = -1+1 = 0$

$\vec{DM}$ et $\vec{DN}$ colinéaires 0,75 1

donc D, M et N alignés

2) A, B, C, D inchangés

• $\vec{AM} = a\,\vec{AB}$ donc $\boxed{M(a;0)}$ 0,5 $\boxed{N\left(1; \frac{a-1}{a}\right)}$

• $\vec{CN} = \frac{1}{a}\vec{CB} \iff \begin{cases} x_N - 1 = 0 \\ y_N - 1 = \frac{-1}{a} \end{cases} \iff \begin{cases} x_N = 1 \\ y_N = \frac{-1}{a}+1 = \frac{a-1}{a} \end{cases}$ 1

• $\vec{DM}\begin{pmatrix}a\\-1\end{pmatrix}$ $\vec{DN}\begin{pmatrix}1\\\frac{-1}{a}\end{pmatrix}$ $a\times\frac{-1}{a} - (-1)\times 1 = -1+1 = 0$ 0,75

$\vec{DM}$ et $\vec{DN}$ colinéaires

donc D, M et N sont toujours alignés

Méthode vectorielle

1) $\vec{DM} = \vec{DA} + \vec{AM}$ $\left(\vec{AM} = \frac{3}{4}\vec{AB}\right)$

0,5 $= \frac{3}{4}\vec{AB} - \vec{AD}$ 0,25

$\vec{DN} = \vec{DC} + \vec{CN}$ $\left(\vec{CN} = \frac{4}{3}\vec{CB}\right)$ ABCD parallélogramme

$= \vec{AB} + \frac{4}{3}\vec{CB}$ 0,25 $\iff \vec{DC} = \vec{AB}$ 1

$\iff \vec{CB} = \vec{DA}$

1 $= \vec{AB} - \frac{4}{3}\vec{AB}$ $\vec{DM} = \frac{3}{4}\vec{DN}$ $\vec{DM}$ et $\vec{DN}$ colinéaires

donc D, M, N alignés 0,5

2) $\vec{DM} = \vec{DA} + \vec{AM}$ $\left(\vec{AM} = a\,\vec{AB}\right)$

1 $= a\,\vec{AB} - \vec{AD}$

$a \in \mathbb{R}^*$

$\vec{DN} = \vec{DC} + \vec{CN}$ $\left(\vec{CN} = \frac{1}{a}\vec{CB} = \frac{1}{a}\vec{DA}\right)$

1 $= \vec{AB} - \frac{1}{a}\vec{AD}$

$\vec{DM} = a\,\vec{DN}$ $\vec{DM}$ et $\vec{DN}$ colinéaires

donc D, M, N alignés 0,5

Ex2 : 1) $A(-5;2)$, $B(4;5)$, $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}9\\3\end{pmatrix}$ un vecteur directeur de (d) est $\overrightarrow{AB}$ ou $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$

0,5

donc $(d) : x - 3y + c = 0$ $B \in (d) \iff 4 - 15 + c = 0 \iff c = 11$

1,5 $\boxed{(d) : x - 3y + 11 = 0}$

2) $(d') // (d)$ et $(d) : 2x - y + 2 = 0$ donc $(d') : 2x - y + c = 0$

$C(2;-3) \in (d') \iff 4 + 3 + c = 0 \iff c = -7$

1,5+0,5 donc $(d') : 2x - y - 7 = 0$ ou $\boxed{y = 2x - 7}$ équation réduite

3) a- $(d_a) : 5x - 2y + 1 = 0$ un vecteur directeur $\boxed{\vec{u}_a\begin{pmatrix}2\\5\end{pmatrix}}$

0,5+3 b- $(d_b) : x - 5 = 0 \rightarrow \boxed{\vec{u}_b\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}}$ $(d_b) // (Oy)$

c- $(d_c) : y = 2x + 3 \rightarrow$ coefficient directeur 2 donc $\boxed{\vec{u}_c\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}}$

4) $(\Delta) : 2x + y + 3 = 0$

0,5+2 a- $D(-2;\alpha) \in \Delta \iff -4 + \alpha + 3 = 0 \iff \alpha = 1$ $\boxed{D(-2;1)}$

b. $E(-\frac{1}{2};\frac{3}{2})$ $2 \times (-\frac{1}{2}) + \frac{3}{2} + 3 = \frac{7}{2}$ $\frac{7}{2} \neq 0$ donc $\boxed{E \notin (\Delta)}$

5) $A(4;2)$, $B(7;-3)$, $C(5;8)$ A' milieu de $[BC]$ donc $A'(6;\frac{5}{2})$ 0,5 $\overrightarrow{AA'}\begin{pmatrix}2\\\frac{1}{2}\end{pmatrix}$

$(AA') : \frac{1}{2}x - 2y + c = 0$ ou $x - 4y + c' = 0$

$A \in (AA') \iff 4 - 8 + c' = 0 \iff c' = 4$ 1,5

donc la médiane issue de A dans ABC a pour équation $\boxed{x - 4y + 4 = 0}$ 0,5

Ex3 : $\mathcal{D}_m : 5mx + (-6m+7)y - 35 = 0$ $(m \in \mathbb{R})$

1) $\mathcal{D}_m$ est une droite $\iff (5m ; -6m+7) \neq (0;0)$

$5m = 0 \iff m = 0$ et $-6m + 7 = 0 \iff m = 7/6$

1 On n'obtient jamais le couple nul donc $\mathcal{D}_m$ est une droite pour tout $m \in \mathbb{R}$

2) $\mathcal{D}_2 : 10x - 5y - 35 = 0$ ou $\boxed{\mathcal{D}_2 : 2x - y - 7 = 0}$

1 $\mathcal{D}_{-3} : -15x + 25y - 35 = 0$ ou $\boxed{\mathcal{D}_{-3} : 3x - 5y + 7 = 0}$

3) $2 \times (-5) - 3 \times (-1) = -10 + 3 = -7$ $-7 \neq 0$ donc $\mathcal{D}_2$ et $\mathcal{D}_{-3}$ ne sont pas parallèles. Elles se coupent en A   0,75

$\begin{cases} 2x - y - 7 = 0 & L_1 \\ 3x - 5y + 7 = 0 & L_2 \end{cases}$

1,5

$\iff \begin{cases} 2x - y - 7 = 0 \\ 7x - 42 = 0 & 5L_1 - L_2 \end{cases}$

$\iff \begin{cases} y = 5 \\ x = 6 \end{cases}$ $\boxed{A(6;5)}$

4) $5m \times 6 + (-6m+7) \times 5 - 35$

$= 30m - 30m + 35 - 35$

$= 0$ 0,75

donc $A \in \mathcal{D}_m$ pour tout $m \in \mathbb{R}$