# Correction du devoir n°5 - 1S

**Ex1 :** 1) $f'(-5)$ est le coefficient directeur de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse $(-5)$ 1,5

0,5 On lit $f'(-5) = \frac{4}{3}$ ; $f'(-4) = 0$ tangente horizontale 0,5 0,25

$f'(-2) = \frac{-3}{0,5} = -6$ 0,5 et $f'(4) = \frac{-1,5}{2} = \frac{-3}{4}$ 0,5

2) $T_4 : y = \frac{-3}{4}x + \frac{3}{2}$ 0,5

$T_{-2}$ : $y = f'(-2) \times (x+2) + f(-2)$

$y = -6(x+2) + \frac{1}{2}$

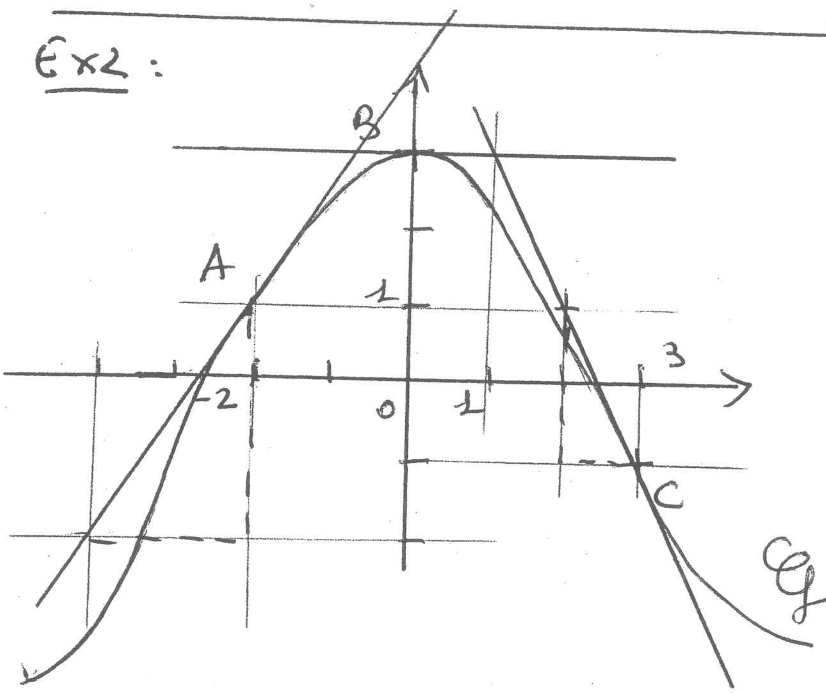
0,75 $y = -6x - 12 + 1/2$

$y = -6x - \frac{23}{2}$

/4,5

---

**Ex2 :**




repère 0,25
pts 0,5
tgtes 0,5 × 3
courbe 0,5
$\mathcal{C}_g$ 0,25

/3

---

**Ex3** a) $g(x) = -x^2 + 3x + 2$ $\mathcal{D}_g = \mathbb{R}$

en $a = 1$

- $g(1) = -1 + 3 + 2 = 4$
- $g(1+h) = -(1+h)^2 + 3(1+h) + 2$
  $= -(1 + 2h + h^2) + 3 + 3h + 2$
  $= -h^2 + h + 4$

$\tau_h = \frac{g(1+h) - g(1)}{h}$, $h \neq 0$

$= \frac{-h^2 + h + 4 - 4}{h}$

$= \frac{-h^2 + h}{h} = \frac{h(-h+1)}{h} = -h + 1$

3,5

$\lim_{h \to 0} \tau_h = 1$ Donc $g$ est dérivable en $a = 1$ et $g'(1) = 1$

b) $h(x) = \dfrac{2}{x-1}$ $\quad D_h = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

en $a = 0$

$$\begin{cases} h(0) = -2 \\ h(0+h) = h(h) = \dfrac{2}{h-1} \end{cases}$$

$$\tau_h = \frac{h(0+h) - h(0)}{h}$$

$h \neq 0$
$h \neq 1$

$$= \frac{\frac{2}{h-1} + 2}{h} = \frac{2 + 2(h-1)}{h-1} \times \frac{1}{h}$$

2,5

$$= \frac{2 + 2h - 2}{h-1} \times \frac{1}{h} = \frac{2h}{h-1} \times \frac{1}{h} = \frac{2}{h-1}$$

$\lim\limits_{h \to 0} \tau_h = -2$ Donc $h$ est dérivable en $a = 0$
et $h'(0) = -2$

---

Ex 4 : 1) $f_1(x) = 4x^3 - 5x^2 + 3x - 1$ définie dérivable sur $\mathbb{R}$ comme somme de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$

1 $\quad \boxed{f_1'(x) = 12x^2 - 10x + 3}$

2) $f_2(x) = \dfrac{3}{x^3} - \dfrac{1}{x}$ définie dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ comme somme de fonctions dérivables sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ car $x^3 \neq 0$ et $x \neq 0$

$$f_2'(x) = 3 \times \frac{-3}{x^4} - \left(\frac{-1}{x^2}\right)$$

1

$$f_2'(x) = \frac{-9}{x^4} + \frac{1}{x^2} = \frac{-9 + x^2}{x^4} = \frac{x^2 - 9}{x^4}$$

3) $f_3(x) = \dfrac{-4x+1}{3x-5}$ définie dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \{5/3\}$ comme quotient de fonctions dérivables sur $\mathbb{R} \setminus \{5/3\}$ car $3x - 5 \neq 0$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

1,5 $\quad f_3'(x) = \dfrac{-4(3x-5) - (-4x+1) \times 3}{(3x-5)^2} = \dfrac{-12x + 20 + 12x - 3}{(3x-5)^2}$

$$\boxed{f_3'(x) = \frac{17}{(3x-5)^2}}$$

4) $f_4(x) = 4x - 1 + \frac{1}{4-x}$ définie dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \{4\}$ comme somme et quotient de fonctions dérivables sur $\mathbb{R} \setminus \{4\}$ car $4 - x \neq 0$

$$\left(\frac{1}{v}\right)' = \frac{-v'}{v^2}$$

1

$$f'_4(x) = 4 - \frac{-1}{(4-x)^2} = \boxed{4 + \frac{1}{(4-x)^2}}$$

5) $f_5(x) = \frac{x^2 - 4x + 8}{2x - 5}$ définie dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \{5/2\}$ comme quotient de fonctions dérivables sur $\mathbb{R} \setminus \{5/2\}$ car $2x - 5 \neq 0$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$f'_5(x) = \frac{(2x-4)(2x-5) - (x^2 - 4x + 8) \times 2}{(2x-5)^2}$$

$$= \frac{4x^2 - 18x + 20 - 2x^2 + 8x - 16}{(2x-5)^2}$$

1,5

$$= \boxed{\frac{2x^2 - 10x + 4}{(2x-5)^2}}$$

6) $f_6(x) = \sqrt{x}(2x+1)$ définie sur $[0; +\infty[$ dérivable sur $]0; +\infty[$ comme produit de fonctions dérivables sur $]0; +\infty[$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$f'_6(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}(2x+1) + \sqrt{x} \times 2$$

$$= \frac{2x+1}{2\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x} \times 2\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$$

1,5

$$= \frac{2x + 1 + 4x}{2\sqrt{x}} = \frac{6x+1}{2\sqrt{x}}$$