Devoir n°10 - Produit scalaire et Probabilités - 1ère spé maths

21 février 2020 - 1h

Exercice 1 (3 pts) : Pour chaque question, une seule réponse est correcte. Noter sur la copie le numéro de la bonne réponse.

1. A et B sont deux événements tels que $p(A) = 0,3$, $p(B) = 0,4$ et $p(A \cup B) = 0,5$

   1. $p(A \cap B) = 0,12$ 2. $P(A \cap B) = 0,2$ 3. aucune des deux réponses 1 et 2 ne convient

2. A et B sont deux événements indépendants tels que $p(A) = 0,3$ et $p(B) = 0,2$

   1. $p(A \cap B) = 0,06$ 2. $P(A \cap B) = 0,5$ 3. aucune des deux réponses 1 et 2 ne convient

3. On lance deux fois de suite un dé équilibré à 6 faces.
   La probabilité d'obtenir 2 puis 6 est

   1. $\dfrac{1}{6}$ 2. $\dfrac{1}{36}$ 3. aucune des deux réponses 1 et 2 ne convient

Exercice 2 (6 pts) : Une enquête a montré que :
- avant de passer l'épreuve théorique du permis de conduire (c'est-à-dire le code), 75 % des candidats ont travaillé très sérieusement cette épreuve,
- lorsqu'un candidat a travaillé très sérieusement, il obtient le code dans 80 % des cas,
- lorsqu'un candidat n'a pas beaucoup travaillé, il n'obtient pas le code dans 70 % des cas.

On interroge au hasard un candidat qui vient de passer l'épreuve théorique (on rappelle que les résultats sont connus dès la fin de l'épreuve).
On note T l'évènement « le candidat a travaillé très sérieusement »
et R l'évènement « le candidat a réussi le code ».
Les probabilités seront données sous forme décimale, arrondies éventuellement au millième.

1. Traduire les données à l'aide d'un arbre pondéré.

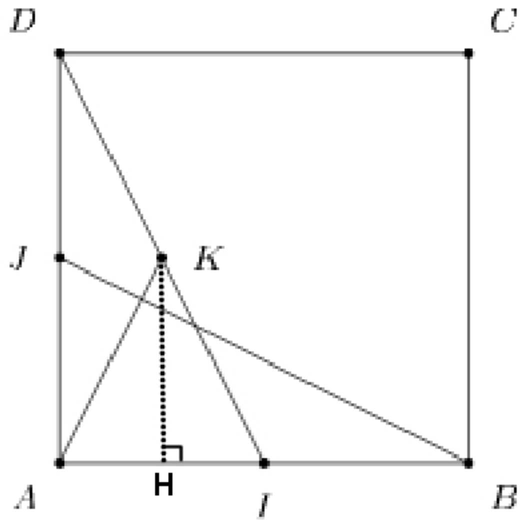
2. a) Calculer la probabilité de l'évènement « le candidat a travaillé très sérieusement et il a obtenu le code ».
   b) Montrer que la probabilité $p(\text{R})$ qu'un candidat réussisse à l'épreuve théorique est égale à $0,675$.

3. Le candidat interrogé vient d'échouer. Quelle est la probabilité qu'il ait travaillé très sérieusement ?

4. À la sortie de l'épreuve, on interroge au hasard et de façon indépendante 3 candidats (on suppose que ce choix peut être assimilé à un tirage successif avec remise).

   Calculer la probabilité p_3 d'interroger une personne sur les 3 ayant échoué à l'épreuve.
   On pourra utiliser un arbre en notant R_1 l'événement "le premier candidat interrogé a échoué ", R_2 l'événement "le deuxième candidat interrogé a échoué " et R_3 l'événement "le troisième candidat interrogé a échoué "

Exercice 3 (5 pts) :



$ABCD$ est un carré.
I est le milieu de $[AB]$, J est le milieu de $[AD]$
et K milieu de $[ID]$.
On admet que AKI est isocèle en K.

Montrer que les droites (AK)et (BJ) sont perpendiculaires.

Exercice 4 (6 pts) : Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère les points A et B tels que $AB = 5$ et I est le milieu de $[AB]$.

1. Déterminer l'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 6$
2. k est un nombre réel et I est le milieu de $[AB]$.
   On note $\mathcal{E}$ l'ensemble des points M du plan tels que $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = k$
   a) Montrer que pour tout point M du plan on a $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = k \Longleftrightarrow MI^2 = \dfrac{4k+25}{4}$.
   b) En déduire les valeurs de k pour lesquelles l'ensemble $\mathcal{E}$ est un cercle.
   c) Déterminer la valeur de k pour laquelle l'ensemble $\mathcal{E}$ est réduit à un point.

Exercice 5 (Bonus) : Démontrer le théorème de la médiane dans un triangle ABM avec I milieu de $[AB]$