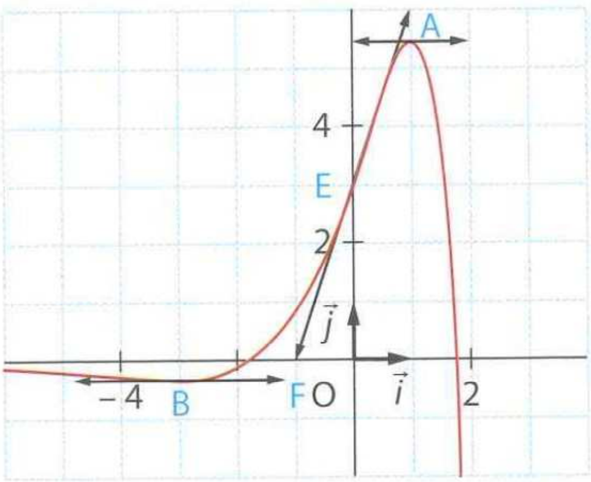
Devoir n°15 - Fonction Exponentielle - 1ère spé maths

22 mai 2020 - 1h

Exercice 1 (6 pts) : La courbe $\mathscr{C}$ représente une fonction f définie et dérivable sur $]-\infty; 2]$, et certaines de ses tangentes.



1. Par lecture graphique, déterminer :
   a) les valeurs de $f(0)$, $f'(1)$, $f'(-3)$ et $f'(0)$,
   b) une équation de la tangente à $\mathscr{C}$ au point E.
   c) les solutions de l'équation $f(x) = 0$.
2. On donne $f(x) = (ax^2 + bx + c)e^x$, avec a, b et $c \in \mathbb{R}$.
   a) Déterminer $f'(x)$ sur $]-\infty; 2]$.
   b) A l'aide des données de la question 1, déterminer a, b et c.

Exercice 2 (5 pts) :

1. Soit f la fonction définie dérivable sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = (x-2)e^{-2x+6} + 3$$

   a) Déterminer une expression de la dérivée de f.
   b) Etudier le sens de variation de f.
2. Le bénéfice (en millions d'euros) d'une grande entreprise en fonction de la quantité x (en tonnes) de métal vendue est donnée par la fonction f.
   a) Quelle quantité minimale doit vendre l'entreprise pour réaliser un bénéfice ?
   b) Quel est le bénéficie maximal ? Pour quelle quantité de métal vendue ?

Exercice 3 (6 pts) : Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par

$$f(x) = \frac{x+1}{e^x - 1}$$

1. Soit $g(x) = -xe^x - 1$ pour tout réel $x \in [0; +\infty[$.
   a) Etudier le sens de variation de g.
   b) Calculer $g(0)$, et en déduire le signe de $g(x)$.
2. Déterminer $f'(x)$ sur $]0; +\infty[$, et montrer que f' a le même signe que g.
3. En déduire les variations de f.

Exercice 4 (3 et + Bonus) : Soient f et g définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = xe^{-x} \quad \text{et} \quad g(x) = xe^{-x} - 2x$$

Soient $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ leurs courbes représentatives dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Que peut-on dire des tangentes à $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ au point O ?