Devoir n°5 - Dérivation - 1ère spé maths

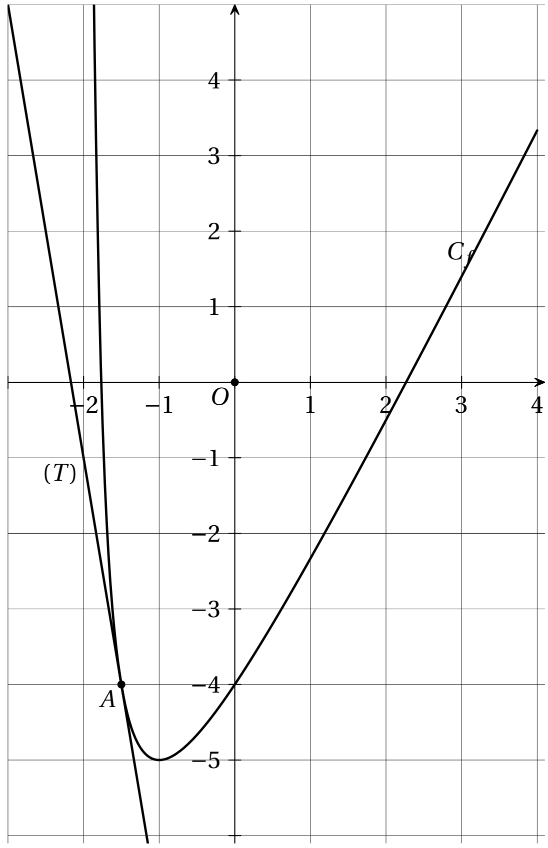
27 novembre 2019 - 1h

Exercice 1 (8 pts) :

Partie A : Par lecture graphique

Ci-contre la courbe représentative d'une fonction f définie sur $]-2;+\infty[$. On a placé le point $A(-\frac{3}{2};-4)$ sur $\mathcal{C}_f$, et on a tracé la tangente (T) à $\mathcal{C}_f$ en A.

1. Lire $f'(-\frac{3}{2})$.
2. Pour quel(s) $x \in]-2;+\infty[$, on a $f'(x) = 0$?



Partie B : On donne $f(x) = \dfrac{2x^2 - x - 8}{x+2}$

1. a) Montrer que $f'(x) = \dfrac{2x^2 + 8x + 6}{(x+2)^2}$
   b) Déterminer le signe de $f'(x)$.
   c) En déduire le tableau de variations de f.
   (les limites ne sont pas demandées)
   d) La fonction f admet-elle un extremum ? Si oui, lequel ?
2. Déterminer l'équation de la tangente (D) à C_f au point d'abscisse 0, et la tracer sur le graphique ci-contre.

Exercice 2 (6 pts) : Une entreprise possède une chaîne de fabrication capable de fabriquer en une semaine entre 6 000 et 32 000 pièces identiques.
Le coût de fabrication, en euros, de x milliers de pièces, pour x compris entre 6 et 32, est noté $C(x)$, où C est la fonction définie sur [6 ;32] par :

$$C(x) = 2x^3 - 108x^2 + 5\ 060x - 4\ 640$$

Toutes les pièces produites sont vendues au prix de 3,50 € l'unité.
On note $B(x)$ le bénéfice réalisé pour la production et la vente de x milliers de pièces.

1. Montrer que, pour tout $x \in [6;32]$, $B(x) = -2x^3 + 108x^2 - 1\ 560x + 4\ 640$.
2. Déterminer $B'(x)$, et étudier son signe sur $[6;32]$.
3. En déduire le tableau de variations de la fonction B.
4. Quel est le bénéfice maximal réalisable par l'entreprise ?
   Donner le nombre de pièces à produire qui réalise ce maximum.

Exercice 3 (6 pts) :

1. La fonction h est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ par $h(x) = \dfrac{6-2x}{3x-6}$
   a) Calculer $h'(x)$.
   b) Déterminer le signe de $h'(x)$; en déduire le tableau de variation de la fonction h (les limites ne sont pas demandées).
2. La fonction g est définie sur $[0;+\infty[$ par $g(x) = 2x^2\sqrt{x}$
   a) Calculer $g'(x)$ sur $]0;+\infty[$.
   b) Déterminer le signe de $g'(x)$; en déduire le tableau de variation de la fonction g (les limites ne sont pas demandées).
   c) **BONUS :** Montrer que g est dérivable en 0.