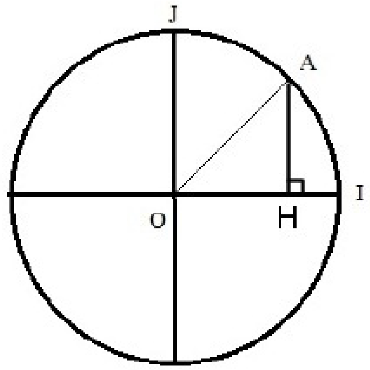
Devoir n°6 - Trigonométrie - Optimisation - 1ère spé maths

18 décembre 2019 - 1h

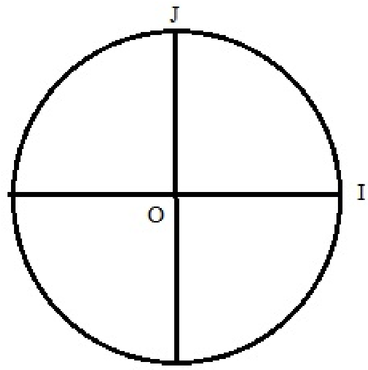
Exercice 1 (3,5 pts) : Démonstration de cours



Sur le cercle trigonométrique ci-contre, on a placé le point A tel que $\widehat{IOA} = 45°$.

1. Donner la mesure de $\widehat{IOA}$ en radians.
2. On note H le pied de la hauteur issue de A dans IOA : quelle est la nature du triangle OHA ?
3. En déduire la valeur de $cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$ puis $sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$

Exercice 2 (3,5 pts) :



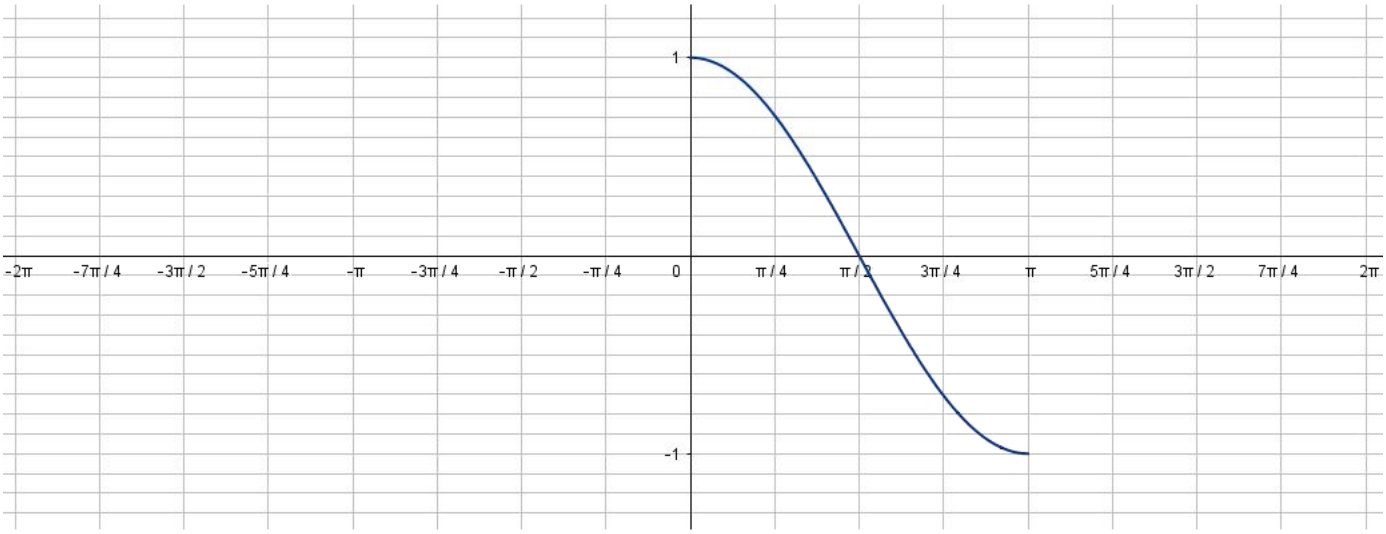
1. Rappeler les valeurs exactes de $cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$ et $sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$
2. En utilisant la valeur de $sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$ et en laissant les tracés en pointillés, placer sur le cercle trigonométrique ci-contre les mesures $\frac{5\pi}{6}$, $\frac{-\pi}{6}$ et $\frac{7\pi}{6}$.
3. En déduire les valeurs exactes du cosinus et du sinus de chacun des angles ci-dessus.

Exercice 3 (3 pts) : On donne $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right) = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$

Calculer $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$

Exercice 4 (6 pts) :

1. Résoudre dans $]-\pi;\pi]$ l'équation $sin(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$
2. La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = cos(x)$
   a) Résoudre l'équation $cos(x) = \frac{-\sqrt{2}}{2}$
   b) Rappeler (sans justifier) les propriétés de la fonction cos (parité, périodicité)
   c) On donne ci-dessous la représentation graphique de la fonction f sur $[0;\pi]$.
   Compléter (en rouge) le tracé sur $[-\pi;0]$ en précisant la propriété de la fonction cosinus utilisée.



d) Compléter (au crayon) le tracé sur $[-2\pi; 2\pi]$ en précisant la propriété de la fonction cosinus utilisée.

e) Retrouver graphiquement les solutions de l'équation $cos(x) = \dfrac{-\sqrt{2}}{2}$ (faire apparaître les tracés sur le graphique)

Exercice 5 (4 pts) :

Partie A (4 pts) : On considère la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par

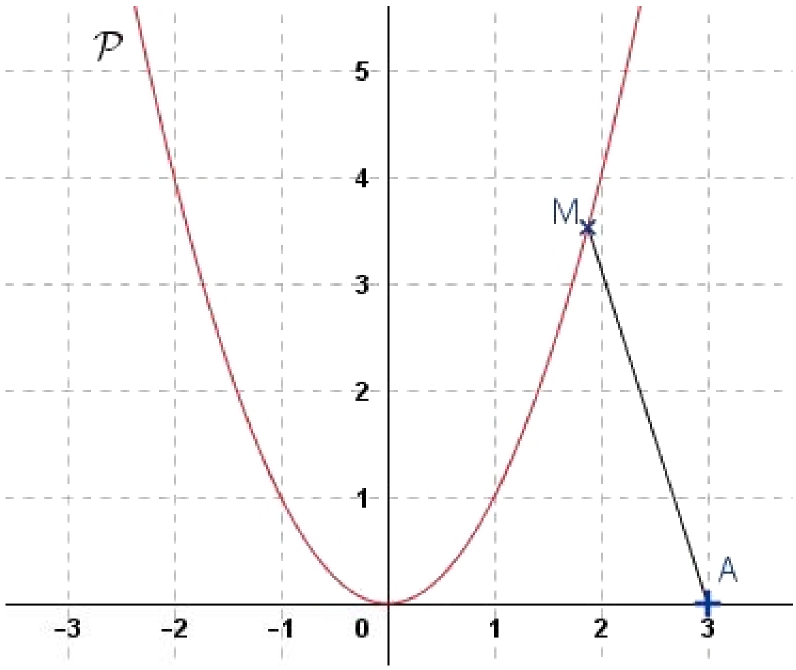
$$f(x) = x^4 + x^2 - 6x + 9$$

1. Montrer que $f'(x) = (x-1)(4x^2 + 4x + 6)$
2. Quel est le signe de $4x^2 + 4x + 6$?
3. Etudier le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f.

BONUS : **Partie B (2 pts) :**

On rappelle que $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$ dans un repère orthonormé.

Dans un repère orthonormé, on considère la parabole $\mathcal{P}$ d'équation $y = x^2$,
et M est un point de $\mathcal{P}$ d'abscisse $x \geq 0$. Le point A a pour coordonnées $(3; 0)$.



1. Exprimer AM^2 en fonction de x.
2. En déduire la position du point M pour que la distance AM soit minimale.