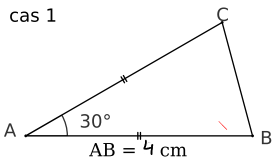
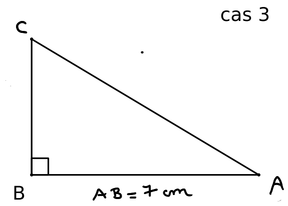
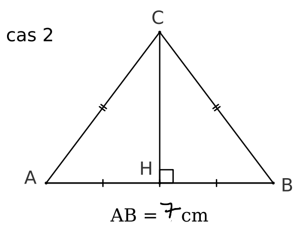
Devoir n°6 - Produit scalaire et Optimisation - 1ère spé maths

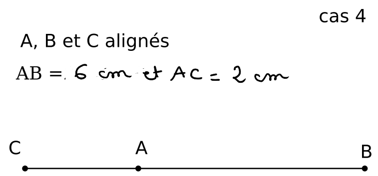
19 janvier 2021 - 50 min

Exercice 1 (5,5 pts) : Dans chaque cas, calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$:









Exercice 2 (5 pts) :

1. ABC est un triangle tel que $AB = 6\ cm$, $AC = 4\ cm$ et $BC = 7\ cm$. Calculer $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$.

2. $A(-2;4)$, $B(1;3)$ et $C(1;-2)$ dans un repère orthonormé. Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$.

3. $AB = 6\ cm$, $AC = 5\ cm$ et $\widehat{BAC} = \dfrac{3\pi}{4}$ radians. Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$.

Exercice 3 (9,5 pts) : Une entreprise fabrique un produit chimique, dont le coût total journalier de production pour x litres, est donné par la fonction C définie sur $I = [1;50]$ par

$$C(x) = 0,5x^2 + 2x + 200$$

Les coûts sont exprimés en centaines d'euros.
Le prix de vente d'un litre de ce produit chimique est de 2 300 €.

1. Montrer que la recette est donnée par la fonction R définie sur I par

$$R(x) = 23x$$

2. Montrer que le bénéfice, en fonction de x, est donné par

$$B(x) = -0,5x^2 + 21x - 200$$

3. Dresser le tableau de variations de la fonction B ; en déduire la production pour avoir un bénéfice maximal et le montant de ce bénéfice.

4. Le coût moyen de production d'un litre, quand on produit x litres, est la fonction notée C_M, définie par

$$C_M(x) = \frac{C(x)}{x} \quad \text{avec} \quad x \in [1;50]$$

   a) Calculer $C_M(20)$ et en donner la signification concrète.
   b) Exprimer le coût moyen de production en fonction de x.
   c) Déterminer la quantité à produire pour obtenir un coût moyen minimum.