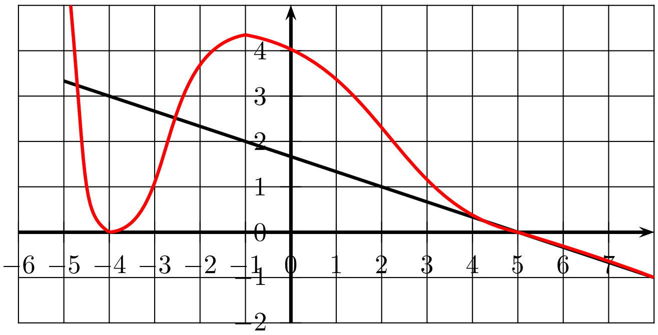
Devoir n^{o}5 - Dérivation - 1ère spé maths

23 novembre 2021 - 1h

Exercice 1 (5 pts) : Ce QCM comprend 5 questions.
Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte. Les questions sont indépendantes.
Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la lettre correspondante à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée mais il peut être nécessaire d'effectuer des recherches au brouillon pour aider à déterminer votre réponse.
Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire de point.

Question 1 : On se place dans un repère orthonormé du plan.
Sur la figure ci-dessous, on a tracé la courbe représentative notée C d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.
La droite D est tangente à la courbe C au point $A(5\ ;\ 0)$.



On note f' la dérivée de la fonction f, Alors $f'(5)$ est égal à :

a. 3	**b.** -3	**c.** $\dfrac{1}{3}$	**d.** $-\dfrac{1}{3}$

Question 2 : Avec la fonction de la question 1. On note f' la dérivée de la fonction f :

a. $f'(-3) = 1$	**b.** $f'(-3) > 0$	**c.** $f'(-3) < 0$	**d.** $f'(-3) = 0$

Question 3 : Soit la fonction f définie pour tout $x \in]0; +\infty[$ par : $f(x) = -8\sqrt{x}$.

a. $f'(4) = -4$	**b.** $f'(4) = -2$	**c.** f croissante	**d.** $f'(4) = -16$

Question 4 : Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^3 - 4x + 5$.
Le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de g dans un repère orthonormé au point d'abscisse -1 est :

a. 8	**b.** -7	**c.** -1	**d.** $-0,5$

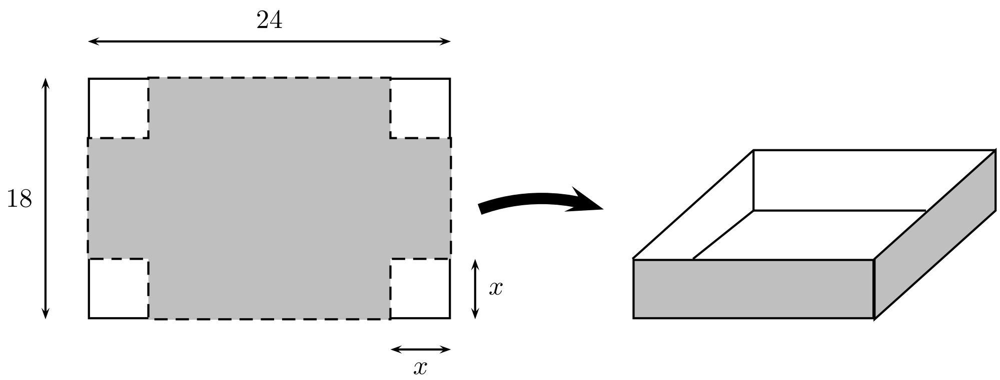
Question 5 : Soit f une fonction telle que, pour tout nombre réel h non nul,

$$\frac{f(1+h) - f(1)}{h} = h^2 + 3h - 1.$$

Alors $f'(1)$ est égal à :

a. $h^2 + 3h - 1$
b. -1
c. 3
d. les données sont insuffisantes pour déterminer $f'(1)$.

Exercice 2 (7 pts) : Un industriel souhaite fabriquer une boîte sans couvercle à partir d'une plaque de métal de 18 cm de largeur et de 24 cm de longueur. Pour cela, il enlève des carrés dont la longueur du côté mesure x cm aux quatre coins de la pièce de métal et relève ensuite verticalement pour fermer les côtés.



Le volume de la boîte ainsi obtenue est une fonction définie sur l'intervalle $[0\,;\,9]$ notée $V(x)$.

1. Justifier que pour tout réel x appartenant à $[0\,;\,9]$: $V(x) = 4x^3 - 84x^2 + 432x$.
2. On note V' la fonction dérivée de V sur $[0\,;\,9]$. Donner l'expression de $V'(x)$ en fonction de x.
3. Dresser alors le tableau de variations de V en détaillant la démarche.
4. Pour quelle(s) valeur(s) de x la contenance de la boîte est-elle maximale ?
5. L'industriel peut-il construire ainsi une boîte dont la contenance est supérieure ou égale à 650 cm^3 ? Justifier.

Exercice 3 (8 pts) : La fonction f est définie sur $]-1\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{x^2+3}{x+1}$$

On se place dans un repère orthonormé du plan.

1. Démontrer que pour tout x appartenant à l'intervalle $]-1\,;\,+\infty[$:

$$f'(x) = \frac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}$$

2. Déterminer le sens de variation de la fonction f sur $]-1\,;\,+\infty[$.
3. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe représentative de f au point d'abscisse 0.
4. Compléter le tracé de la courbe donné dans le repère ci-dessous et tracer T.
5. Étudier la position relative de la courbe représentative de f et de la droite d'équation $y = -3x + 3$.