

Devoir n°3 - Probabilités - Second degré - 1ère spé maths

20 dec 2023 - 55 min

Exercice 1 (6 pts) : Un test de dépistage d'une maladie est mis en vente. Le mode d'emploi précise :

- pour une personne n'étant pas malade, le test est néanmoins positif (c'est-à-dire désigne cette personne comme malade) dans 2,5% des cas ;
- pour une personne malade, le test est néanmoins négatif (c'est-à-dire désigne cette personne comme non malade) dans 0,1% des cas.

On suppose qu'une maladie touche 2% de la population d'un pays, et qu'on décide de faire passer le test à tous les habitants.

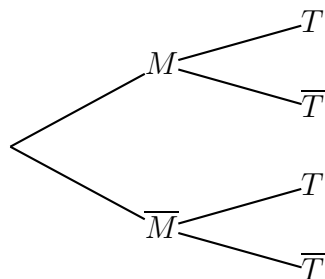
On considère, pour un habitant donné, les événements :

M : «Cet habitant est malade.»

T : «Le test est positif.»

On arrondira les probabilités à 10^{-4} .

1. Compléter l'arbre pondéré ci-contre, modélisant la situation.



2. Calculer la probabilité que l'habitant soit malade et que le test soit positif.
3. Calculer la probabilité que le test soit positif.
4. Sachant que le test est positif, calculer la probabilité que la personne soit malade.
Peut-on dire que ce test est efficace ?

Exercice 2 (4 pts) : Dans un magasin de meubles, il y a 55% de canapés dont 14% sont en cuir, 30% de fauteuils dont 20% sont en cuir, et le reste est constitué de poufs dont 42% sont en cuir.

Un client se présente et choisit un meuble.

On considère les événements :

A : «Le meuble est un canapé.»

F : «Le meuble est un fauteuil.»

P : «Le meuble est un pouf.»

C : «Le meuble est en cuir.»

%	A	F	P	Total
C				
C̄				
Total				100

1. Compléter le tableau ci-dessus.
2. Les événements F et C sont-ils indépendants ?

Exercice 3 (5 pts) : Soit m un réel, et soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = (m - 1)x^2 + 2mx + 1 - 3m$$

1. A quelle condition f est une fonction polynôme du second degré?
2. Montrer que, quelle que soit la valeur de m , 1 est racine de f .
3. Discuter du nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$ suivant les valeurs de m .

Exercice 4 (5 pts) : Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par $f(x) = \frac{2x + 4}{x - 1}$,
et soit $g(x) = x + 2$ définie sur $\mathbb{R}$.

1. Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par $h(x) = f(x) - g(x)$. Montrer que $h(x) = \frac{-x^2 + x + 6}{x - 1}$
2. Déterminer le signe de $h(x)$.
3. En déduire la position relative de $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$.