

Devoir n°4 - Probabilités - Dérivation - 1ère spé maths

24 janv 2024 - 55 min

Exercice 1 (6 pts) : Une usine fabrique des objets destinés à être commercialisés.

Sur 100 objets qui sortent de l'usine, en moyenne, 15 ont uniquement le défaut A, 7 ont uniquement le défaut B et 3 ont les deux défauts.

Le coût de production d'un objet est de 150 €. Grâce à la garantie, les clients peuvent faire réparer leur objet aux frais du fabricant. La réparation du défaut A revient à 30 € et la réparation du défaut B revient à 40 €.

Soit X la variable aléatoire qui associe à un objet choisi au hasard dans la production de l'usine, son coût de revient (coût de production + coût des réparations éventuelles).

On considère les évènements :

A : «L'objet a le défaut A.»

B : «L'objet a le défaut B.»

	A	$\bar{A}$	Total
B			
$\bar{B}$			
Total			

1. Compléter le tableau ci-dessus.
2. Déterminer la loi de probabilité de X .
3. Calculer $E(X)$ et interpréter le résultat.
4. On suppose que tous les objets produits sont vendus.
 - a) L'usine réalisera-t-elle des bénéfices si elle vend les objets 160 € pièce?
 - b) Quel doit être le prix de vente d'un objet pour que l'usine réalise un bénéfice moyen de 50 € par objet?

Exercice 2 (4 pts) : Un sac contient 7 billes indiscernables au toucher : 3 billes portent le numéro 0, 2 billes portent le numéro 1, une bille porte le numéro 2 et une bille porte le numéro 5.

Un joueur tire successivement au hasard et avec remise deux billes du sac, et note les numéros des deux billes tirées.

Parmi les deux jeux suivants, quel est le plus intéressant pour le joueur?

Jeu 1 : on gagne la somme des numéros tirés.

Jeu 2 : on gagne le produit des numéros tirés.

On appelle X la variable aléatoire égale à la somme des deux dés, et Y la variable aléatoire égale au produit des deux dés.

1. On donne la loi de probabilité de X , compléter la loi de probabilité de Y .

valeurs de X	0	1	2	3	4	5	6	7	10	Total
probabilités	$\frac{9}{49}$	$\frac{12}{49}$	$\frac{10}{49}$	$\frac{4}{49}$	$\frac{1}{49}$	$\frac{6}{49}$	$\frac{4}{49}$	$\frac{2}{49}$	$\frac{1}{49}$	1

valeurs de Y	0	1	2	4	5	10	25	Total
probabilités	$\frac{33}{49}$		$\frac{4}{49}$	$\frac{1}{49}$		$\frac{2}{49}$	$\frac{1}{49}$	

2. On donne $E(X) = \frac{126}{49} \simeq 2,6$; calculer $E(Y)$ et comparer.
3. On donne $\sigma(X) \simeq 2,36$; calculer $\sigma(Y)$, comparer et conclure.

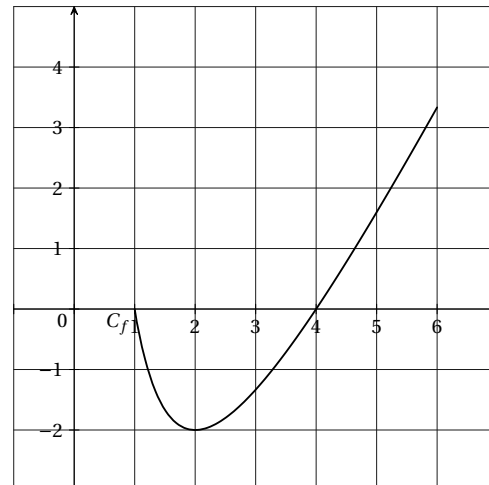
Exercice 3 (3 pts) : Soit f la fonction définie sur $I = [1; 6]$ par

$$f(x) = ax + b + \frac{8}{x}$$

On admet que f est dérivable sur I .

La courbe $\mathcal{C}_f$ représente la fonction f sur I .

1. Déterminer graphiquement $f(1)$, $f(2)$, $f(4)$ et $f'(2)$.
2. Déterminer $f'(x)$ en fonction de a et b .
3. En déduire les valeurs de a et b .



Exercice 4 (7 pts) : Soit la fonction f définie sur $]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$ par

$$f(x) = \frac{-x^2 + 4x - 7}{x - 1}$$

La courbe $\mathcal{C}$ représente la fonction f dans un repère orthonormé.

1. a) Montrer que $f(x) = -x + 3 - \frac{4}{x - 1}$.
 b) Soit Δ la droite d'équation $y = -x + 3$; étudier la position relative de $\mathcal{C}$ et Δ .
2. a) Montrer que

$$f'(x) = \frac{-x^2 + 2x + 3}{(x - 1)^2}$$

- b) Dresser le tableau de variations de f (on ne demande pas les limites)
3. Existe-t-il des tangentes à $\mathcal{C}$ parallèles à $\mathcal{D}$ d'équation $y = -x$.