

Concettion des m'5 - type

Ex 1 : Partie A :

- 1) D'après la graphique, g est strictement croissante sur $[-7; -5,25]$ et sur $[0; 2]$
 donc $g'(x) \geq 0$ sur $[-7; -5,25]$ et sur $[0; 2]$
 c'est donc la réponse (b)

- 2) $A(1; -3)$ $y = g'(1)(x-1) + g(1)$
 on lit $g'(1) = 2$ et $g(1) = -3$
 donc $y = 2(x-1) - 3 \Leftrightarrow y = 2x - 5$ Réponse (c)

Partie B : $f(x) = -3x^2 + 2x + 4$ sur $\mathbb{R}$

dans l'algorithme $b = f(a)$

on balaye l'intervalle $[0; 4]$ de 0,01 en 0,01

La boucle s'arrête quand $b \leq 0$

donc après 1,5 Réponse (a)

$f(1,54) < 0$

Ex 2 : $f(x) = 2x e^{-0,5x^2}$ sur $[0; 3]$

1) $f = uv$ $f' = u'v + uv'$

$f'(x) = 2e^{-0,5x^2} + 2x \times (-0,5) \times 2xe^{-0,5x^2}$
 $= 2e^{-0,5x^2} - 2x^2 e^{-0,5x^2} = \underline{2(1-x^2)e^{-0,5x^2}}$

- 2) $2 > 0$; $e^{-0,5x^2} > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $(1-x^2)$

	x	0	1	3
$a = -1$ $a < 0$	$f'(x)$	+	0	-
	$f(x)$	0	$f(1)$	$f(3)$

$f(1) = 2e^{-0,5} \approx 1,213$

$f(3) = 6e^{-4,5} \approx 0,067$

3) $\{f(x)$ le nombre de lits occupés en million
 x mois

f atteint son maximum en $x=1$

et $f(1) = 1,213$ donc durant le 1er mois
 d'hiver le nombre de lits a dépassé 1 million

1

c'est vrai

Ex 5: $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{2}{1+u_n} \end{cases} (n \in \mathbb{N})$

1) $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_1 = \frac{2}{1+u_0} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \\ u_2 = \frac{2}{1+u_1} = \frac{2}{3/2} = \frac{4}{3} \end{cases}$ 9.5

2) $u_n > 0$ $v_n = 1 - \frac{3}{u_n + 2}$
 $(n \in \mathbb{N})$

a) $v_0 = 1 - \frac{3}{u_0 + 2} = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$

$\frac{v_1}{v_0} = \frac{-1/5}{2/5} = -\frac{1}{2}$

$v_1 = 1 - \frac{3}{u_1 + 2} = 1 - \frac{3}{5/2} = 1 - \frac{6}{5} = -\frac{1}{5}$

$\frac{v_2}{v_1} = \frac{1/10}{-1/5} = -\frac{1}{2}$

$v_2 = 1 - \frac{3}{u_2 + 2} = 1 - \frac{3}{40/3} = 1 - \frac{9}{40} = \frac{1}{10}$

il semble que (v_n) soit géométrique de raison $(-\frac{1}{2})$

$v_{n+1} = 1 - \frac{3}{u_{n+1} + 2} = 1 - \frac{3}{\frac{2}{1+u_n} + 2} = 1 - \frac{3}{\frac{4 + 2u_n}{1+u_n}} = \frac{1 - u_n}{2(u_n + 2)}$

$\Rightarrow v_{n+1} = 1 - \frac{3(1+u_n)}{4 + 2u_n} = \frac{4 + 2u_n - 3 - u_n}{4 + 2u_n} = \frac{1 - u_n}{2(u_n + 2)}$

or $v_n = \frac{u_n + 2 - 3}{u_n + 2} = \frac{u_n - 1}{u_n + 2} = -\frac{(1 - u_n)}{u_n + 2}$

Donc $v_{n+1} = -\frac{1}{2} v_n$

(v_n) est une suite
 géométrique de raison $-\frac{1}{2}$
 de 1er terme $v_0 = 2/5$

b) alors $v_n = v_0 \times q^n = \frac{2}{5} \times \left(-\frac{1}{2}\right)^n$ pour $n \in \mathbb{N}$

9.5

$$\begin{aligned}
 c) \quad v_m &= 1 - \frac{3}{u_m + 2} \Leftrightarrow v_m - 1 = -\frac{3}{u_m + 2} \\
 &\Leftrightarrow \frac{1}{v_m - 1} = -\left(\frac{u_m + 2}{3}\right) \\
 &\Leftrightarrow \frac{-3}{v_m - 1} = u_m + 2 \\
 &\Leftrightarrow \frac{3}{1 - v_m} = u_m + 2 \\
 &\Leftrightarrow \boxed{u_m = \frac{3}{1 - v_m} - 2} \quad \underline{1}
 \end{aligned}$$

$$d) \quad v_m = \frac{2}{3} \times \left(\frac{-1}{2}\right)^m$$

$$-1 < \frac{-1}{2} < 1 \text{ donc } \lim_{m \rightarrow +\infty} \left(\frac{-1}{2}\right)^m = 0$$

ps

Par produit $\lim_{m \rightarrow +\infty} v_m = 0$

Par somme $\lim_{m \rightarrow +\infty} (1 - v_m) = 1$

Par quotient $\lim_{m \rightarrow +\infty} \frac{3}{1 - v_m} = 3$

Par somme $\boxed{\lim_{m \rightarrow +\infty} u_m = 1}$

Ex 3: $f(x) = (ax + b)e^{-0,2x}$ sur $\mathbb{R}$

14,5

1) a) $f(0) = 7$ car $A(0; 7) \in \mathcal{C}_f$

0,5

b) $f'(0)$ est le coefficient directeur de τ tangente à $\mathcal{C}_f$ en A

0,5

$f'(0) = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{14,2 - 7}{2 - 0} = \frac{7,2}{2} = 3,6$

0,5

2) $f'(x) = a e^{-0,2x} + (ax + b) \times (-0,2) e^{-0,2x}$
 $= (a - 0,2(ax + b)) e^{-0,2x}$
 $= (-0,2ax + a - 0,2b) e^{-0,2x}$

1

3) $f(0) = 7 \Leftrightarrow b e^0 = 7 \Leftrightarrow \underline{b = 7}$

0,5

$f'(0) = 3,6 \Leftrightarrow (a - 0,2b) e^0 = 3,6 \Leftrightarrow \underline{a - 0,2b = 3,6}$

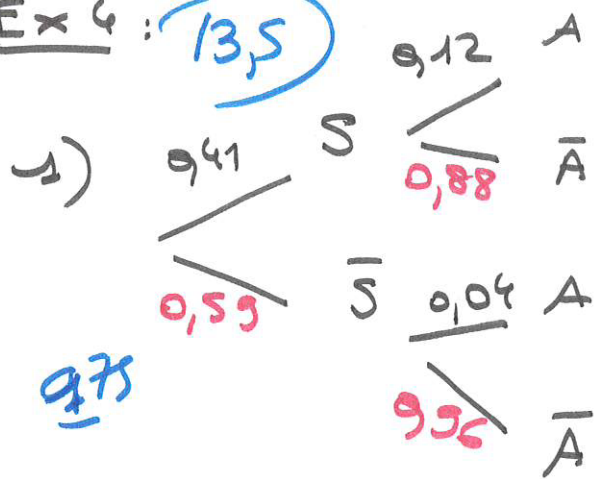
1

donc $a - 0,2 \times 7 = 3,6 \Leftrightarrow \underline{a = 3,6 + 1,4 = 5}$

0,5

Alors $f(x) = (5x + 7)e^{-0,2x}$ et $f'(x) = (-x + 3,6)e^{-0,2x}$

Ex 4 : 13,5



4) $P_A(S) = \frac{P(S \cap A)}{P(A)}$

$$= \frac{0,0492}{0,0728}$$

0,75

$$\approx \underline{0,6758}$$

2) $P(S \cap A) = P(S) \times P_S(A)$

$$= 0,41 \times 0,12$$
$$= \underline{0,0492}$$

0,75

3) S et $\bar{S}$ forment une partition de l'univers de la population. D'après la formule des probabilités totales

0,5

$$P(A) = P(S \cap A) + P(\bar{S} \cap A)$$
$$= 0,0492 + 0,59 \times 0,04$$
$$= \underline{0,0728}$$

0,75

C'est la probabilité qu'une personne souffre d'après du sommeil.