

Devoir n°7 - Trigonométrie - 1Spe maths

24 avril 2024 - 30 min

Calculatrice interdite

Exercice 1 (4 pts) : Sur le cercle trigonométrique ci-joint, placer soigneusement les points images des nombres suivants ; détailler la démarche si nécessaire et laisser les traits de construction apparents.

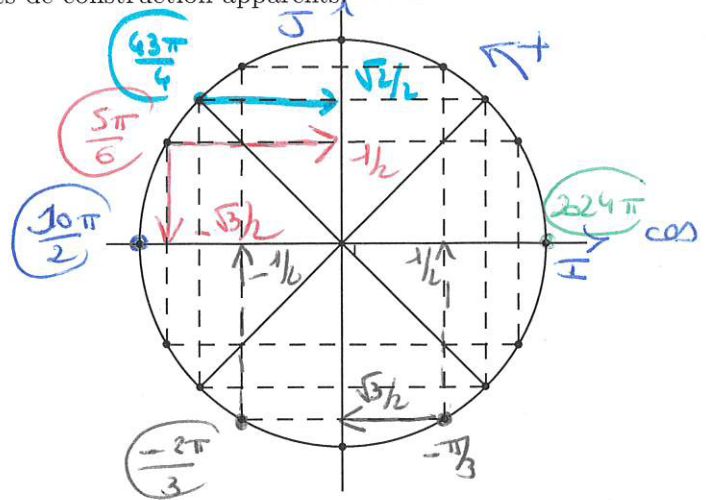
$$\bullet \frac{43\pi}{4} = \frac{40\pi + 3\pi}{4} = 10\pi + \frac{3\pi}{4}$$

$$\bullet \frac{40\pi}{2} = 5\pi = 4\pi + \pi$$

$$\frac{5\pi}{6}; \quad \frac{43\pi}{4}; \quad -\frac{2\pi}{3}; \quad \frac{10\pi}{2}; \quad -\frac{25\pi}{3}; \quad 2024\pi$$

$$\bullet \frac{-25\pi}{3} = \frac{-24\pi - \pi}{3} = -8\pi - \frac{\pi}{3}$$

$$\bullet 2024\pi = 1012 \times 2\pi$$



Compléter

$$1. \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$2. \sin\left(\frac{43\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$3. \sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$4. \cos\left(\frac{10\pi}{2}\right) = -1$$

$$5. \sin\left(-\frac{25\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$6. \sin(2024\pi) = 0$$

Exercice 2 (4 pts) : Résoudre à l'aide des cercles trigonométriques ci-joints.

Laisser les traits de résolution apparents.

$$1. \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{avec } x \in [0; 2\pi[$$

$$S = \left\{ \frac{5\pi}{4}; \frac{7\pi}{4} \right\}$$

$$2. \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{avec } x \in]-\pi; \pi]$$

$$S = \left] -\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{6} \right[$$

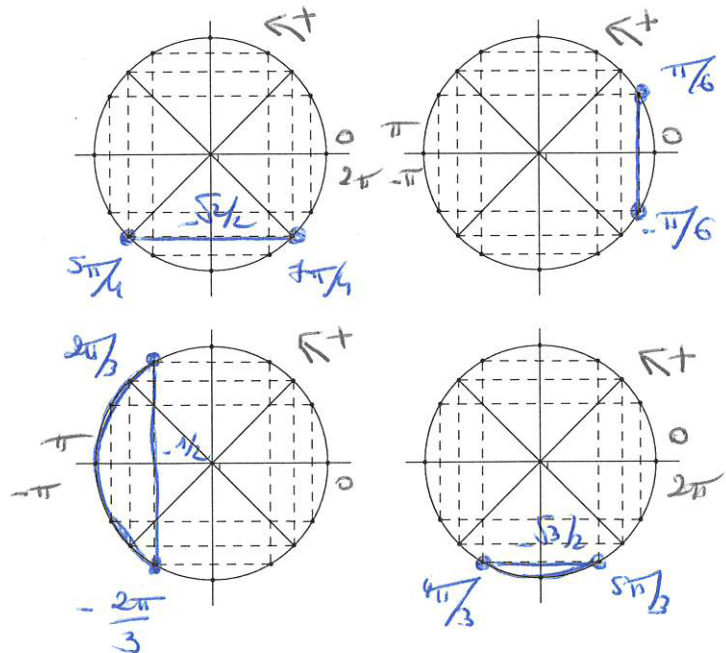
$$3. \cos x \leq -\frac{1}{2} \quad \text{avec } x \in]-\pi; \pi]$$

$$S = \left] -\pi; -\frac{2\pi}{3} \right] \cup \left[\frac{2\pi}{3}; \pi \right]$$

$$4. 2\sin x + \sqrt{3} < 0 \quad \text{avec } x \in [0; 2\pi[$$

$$\Leftrightarrow \sin x < -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$S = \left] \frac{4\pi}{3}; \frac{5\pi}{3} \right[$$



Exercice 3 (2 pts) : Sachant que $\cos\left(-\frac{3\pi}{5}\right) = \frac{1-\sqrt{5}}{4}$, déterminer la valeur exacte de $\sin\left(-\frac{3\pi}{5}\right)$.

Ex 3: $\cos\left(-\frac{3\pi}{5}\right) = \frac{1-\sqrt{5}}{4}$

• $\cos^2\left(-\frac{3\pi}{5}\right) = \left(\frac{1-\sqrt{5}}{4}\right)^2 = \frac{1-2\sqrt{5}+5}{16} = \frac{6-2\sqrt{5}}{16}$

• $\cos^2\left(-\frac{3\pi}{5}\right) + \sin^2\left(-\frac{3\pi}{5}\right) = 1$

$\Rightarrow \sin^2\left(-\frac{3\pi}{5}\right) = 1 - \left(\frac{6-2\sqrt{5}}{16}\right)$

$\Rightarrow \sin^2\left(-\frac{3\pi}{5}\right) = \frac{16-6+2\sqrt{5}}{16}$

$\Rightarrow \sin^2\left(-\frac{3\pi}{5}\right) = \frac{10+2\sqrt{5}}{16}$

$-\pi < -\frac{3\pi}{5} < -\frac{\pi}{2}$ donc $\boxed{\sin\left(-\frac{3\pi}{5}\right) < 0}$
alors $\sin\left(-\frac{3\pi}{5}\right) = -\frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4} = -\frac{\sqrt{2}\sqrt{5+\sqrt{5}}}{4}$