Devoir n°9 - La Totale - 1Spe maths

24 mai 2024 - 1h30 min

Exercice 1 (3,5 pts) : Julien doit prendre l'avion ; il a prévu de prendre le bus pour se rendre à l'aéroport.
S'il prend le bus de 8 h, il est sûr d'être à l'aéroport à temps pour son vol. Par contre, le bus suivant ne lui permettrait pas d'arriver à temps à l'aéroport.
Julien est parti en retard de son appartement et la probabilité qu'il manque son bus est de $0,8$.
S'il manque son bus, il se rend à l'aéroport en prenant une compagnie de voitures privées ; il a alors une probabilité de $0,5$ d'être à l'heure à l'aéroport.

On notera :

- B l'évènement : « Julien réussit à prendre son bus » ;
- V l'évènement : « Julien est à l'heure à l'aéroport pour son vol ».

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité pour que Julien ait réussi à prendre son bus, et soit à l'heure à l'aéroport pour son vol.
3. Calculer la probabilité pour que Julien soit à l'heure à l'aéroport pour son vol.
4. Si Julien est à l'heure à l'aéroport pour son vol, quelle est la probabilité qu'il soit arrivé à l'aéroport en bus ?

Exercice 2 (5,5 pts) : Une commune dispose de 380 voitures et propose un système de locations de ces voitures selon les modalités suivantes :

— chaque voiture est louée pour une durée d'un mois ;
— la location commence le 1er jour du mois et se termine le dernier jour du même mois ;
— le nombre de voitures louées est comptabilisé à la fin de chaque mois.

À la fin du mois de janvier 2019, 280 voitures ont été louées avec ce système de location.
Le responsable de ce système souhaite étudier l'évolution du nombre de locations de voitures.
Pour cela il modélise le nombre de voitures louées chaque mois par une suite (u_n), où, pour tout entier naturel n, u_n représente le nombre de voitures louées le n-ième mois après le mois de janvier 2019. Ainsi $u_0 = 280$.
On admet que cette modélisation conduit à l'égalité : $u_{n+1} = 0,9u_n + 42$.

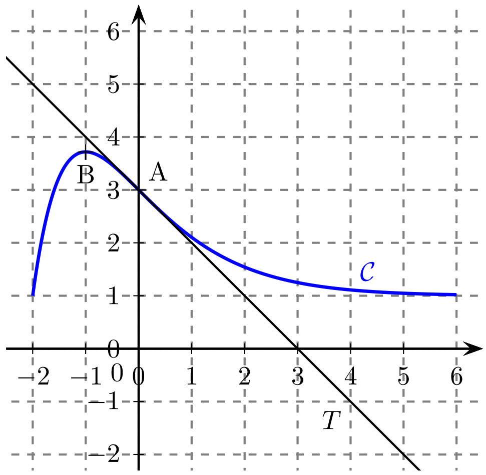
1. Combien de voitures ont-elles été louées avec ce système de location au mois de février 2019 ?
2. Pour tout entier naturel n, on pose : $v_n = u_n - 420$.
   a) Montrer que la suite (v_n) est géométrique. Préciser son premier terme et sa raison.
   b) Pour tout entier naturel n, exprimer v_n en fonction de n et montrer que $u_n = -140 \times 0,9^n + 420$.
3. Déterminer la limite de la suite (u_n) puis interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
4. La commune, qui possède initialement 380 véhicules, envisage d'acheter des voitures supplémentaires pour répondre à la demande. Le responsable de la commune souhaite prévoir à partir de quelle date le nombre de voitures sera insuffisant.

   On souhaite utiliser l'algorithme ci-dessous :

```
N ← 0
U ← 280
Tant que .........
        N ← N + 1
        U ← .........
Fin Tant que
```

   a) Compléter l'algorithme.
   b) Que contient la variable N à la fin de l'exécution de l'algorithme ?
   c) En déduire le mois durant lequel la commune devra augmenter le nombre de voitures.

Exercice 3 (5 pts) :



On considère la fonction f définie et dérivable sur $[-2~;~6]$ dont la courbe représentative $\mathcal{C}$ est donnée ci-contre.

La droite T est la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point $A(0~;~3)$.

La courbe $\mathcal{C}$ admet une tangente horizontale au point B d'abscisse -1.

Partie A : En utilisant le graphique, répondre aux questions suivantes :

1. Donner $f(0)$ et déterminer $f'(0)$; en déduire une équation de la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point A.
2. Déterminer le signe de f' sur $[-2~;~6]$.

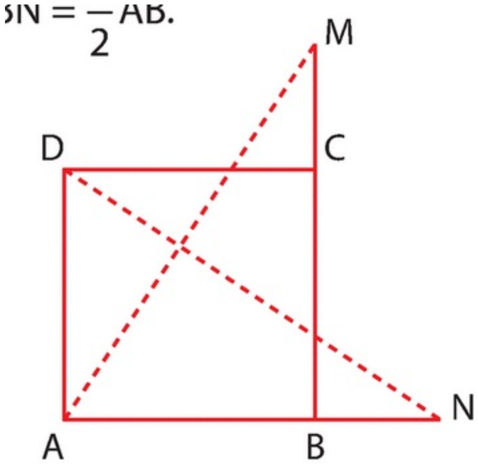
Partie B : La fonction f est définie par $f(x) = (x+2)\mathrm{e}^{-x} + 1$ pour tout $x \in [-2~;~6]$.

1. Calculer $f'(x)$.
2. Dresser le tableau des variations de f sur $[-2~;~6]$.

Exercice 4 (3,5 pts) : Le plan est rapporté à un repère orthonormé.
Soit la droite $\mathscr{D}$ d'équation $3x + y - 4 = 0$.

1. Le point $A(2; -3)$ appartient-il à $\mathscr{D}$?
2. Déterminer une équation de la droite $\mathscr{D}_1$ parallèle à $\mathscr{D}$ passant par A.
3. Déterminer une équation de la droite $\mathscr{D}_2$ perpendiculaire à $\mathscr{D}$ passant par A.

Exercice 5 (3 pts) : $ABCD$ est un carré de côté 4, et les points M et N sont tels que $\overrightarrow{CM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{BN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.



Les droites (DN) et (AM) sont-elles perpendiculaires ?