

Correction du Test n° 6 - type

Ex 1 : $\begin{cases} u_0 = 3 \\ r = -10 \end{cases}$

$u_m = u_0 + m \times r = 3 - 10m$

$u_{15} = 3 - 10 \times 15 = 3 - 150 = -147$

1/1

Ex 2 : $\begin{cases} u_3 = 2 \\ u_9 = 10 \end{cases}$

$u_9 = u_3 + 6r$

$u_3 = u_0 + 3r$

$\Leftrightarrow 10 = 2 + 6r$

$\Leftrightarrow 2 = u_0 + 4r$

$\Leftrightarrow 6r = 8$

$\Leftrightarrow u_0 = -2$

$\Leftrightarrow r = \frac{4}{3}$

(u_m) suite arithmétique de raison $r = \frac{4}{3}$
de 1^{er} terme $u_0 = -2$

1,5

Ex 3 : 1) $u_m = \frac{-3m+5}{8} = \frac{5}{8} - \frac{3}{8} \times m$

on reconnaît $u_m = u_0 + m \times r$

(u_m) suite arithmétique

avec $\begin{cases} u_0 = \frac{5}{8} \\ r = -\frac{3}{8} \end{cases}$

1/3

2) $\begin{cases} v_1 = -1 \\ v_{m+1} = v_m - 7 \end{cases} (m \in \mathbb{N}^*)$

$v_{m+1} - v_m = -7$

donc (v_m) est une suite arithmétique de raison $r = -7$
de 1^{er} terme $v_1 = -1$

3) $w_m = \frac{m+3}{m+1} (m \in \mathbb{N})$

$w_0 = \frac{3}{1} = 3$ $w_1 = \frac{4}{2} = 2$

$w_2 = \frac{5}{3}$

$w_2 - w_1 = \frac{5}{3} - 2 = -\frac{1}{3}$

$w_1 - w_0 = 2 - 3 = -1 \neq$

(w_m) n'est pas arithmétique

Ex 4 : 1) $S = 1 + 2 + \dots + 73 = \frac{(1+73) \times 73}{2} = 37 \times 73 = 2701$

2) $S = 10 + 13 + 16 + \dots + 163$

$u_1 = 10$ $u_m = 163$ $m?$

$u_m = u_1 + (m-1) \times r = 10 + 3(m-1) = 7 + 3m$

$u_m = 163 \Leftrightarrow 7 + 3m = 163 \Leftrightarrow 3m = 156 \Leftrightarrow m = 52$

$S = u_1 + u_2 + \dots + u_{52} = \frac{(u_1 + u_{52}) \times 52}{2} = 173 \times 26 = 4498$

1/2

$163 - 10 = 153$
 $153 : 3 = 51$
donc $163 = u_{52}$
si $10 = u_1$

Ex 5: 1) $s_1 = 500$ ($500 \in$ la 1^{ère} année)
 $s_2 = 500 + 100 = 600$
 $s_{m+1} = s_m + 100$ ($m \in \mathbb{N}^*$)

2) $s_m = s_1 + (m-1) \times r$

$\Leftrightarrow s_m = 500 + (m-1) \times 100$

$\Leftrightarrow s_m = 400 + 100m$ ($m \in \mathbb{N}^*$)

suite arithmétique
de raison $r = 100$
de 1^{ère} terme $s_1 = 500$

3) - (3) while $S < 4200$:

(4) $m = m + 1$

(5) $S = S + 400 + 100 \times m$

(6) return m

4) il s'agit de résoudre $s_m \geq 4200$

avec $s_m = s_1 + s_2 + \dots + s_m$
 $= \frac{(s_1 + s_m) \times m}{2} = \frac{(500 + 400 + 100m) \times m}{2}$
 $= (450 + 50m)m = 450m + 50m^2$

$s_m \geq 4200 \Leftrightarrow 50m^2 + 450m \geq 4200$

$\Leftrightarrow m^2 + 9m - 84 \geq 0$

On pose $P(x) = x^2 + 9x - 84$ sur $[0; +\infty[$

$\Delta = 417$ $x_1 = \frac{-9 - \sqrt{417}}{2} (< 0)$ et $x_2 = \frac{-9 + \sqrt{417}}{2} \approx 5,7$

x	0	x_2	$+\infty$
$P(x)$	-	0	+

$a = 1$
 $a > 0$

donc $P(x) \geq 0$ pour $x \geq x_2$

donc $s_m \geq 4200$ à partir de $m = 6$

Dans 6 années la famille pourra
partir en voyage en Égypte