

Correction du Test n°7 - 1^{er} type

Ex 1: $u_n = u_0 \times q^n = -2 \times 3^n$
 $u_{10} = -2 \times 3^{10} \approx -118\,098$

Ex 2: $\begin{cases} u_3 = 2 \\ u_6 = 128 \end{cases}$ $u_6 = u_3 \times q^3 \Leftrightarrow 128 = 2 \times q^3$ $u_3 = u_0 \times q^3 \Leftrightarrow 2 = u_0 \times 64$
 $\Leftrightarrow 64 = q^3$ $\Leftrightarrow u_0 = \frac{2}{64} = \frac{1}{32}$
 $\Leftrightarrow q = 4$

(u_n) suite géométrique de raison $q = 4$
 de 1^{er} terme $u_0 = 1/32$

Ex 3: 1) $u_n = (-7)^n$ on reconnaît $u_n = u_0 \times q^n$
 avec $u_0 = 1$ et $q = -7$ suite géométrique

2) $\begin{cases} N_1 = 2048 \\ N_{m+1} = \frac{1}{2} N_m \end{cases} (m \in \mathbb{N}^*)$ (N_m) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$
 de 1^{er} terme $N_1 = 2048$

on reconnaît $N_{m+1} = q \times N_m$

3) $w_n = 5n + 2^n (n \in \mathbb{N})$
 $\begin{cases} w_0 = 2^0 = 1 \\ w_1 = 5 + 2 = 7 \\ w_2 = 10 + 4 = 14 \end{cases}$ $\frac{w_1}{w_0} = 7 \neq \frac{w_2}{w_1} = 2$
 (w_n) n'est pas une suite géométrique.

Ex 4: 1) $S = 1 + 3 + 9 + \dots + 3^{11} = \frac{1 - 3^{12}}{1 - 3} = \frac{1}{2} (3^{12} - 1)$
 $\Leftrightarrow S = 265\,720$

2) $S = 3 - 6 + 12 - 24 + \dots - 384$ $-384 = 3 \times (-2)^m$
 $\xrightarrow{\times (-2)} \xrightarrow{\times (-2)}$ $\Leftrightarrow -128 = (-2)^m$
 $\Leftrightarrow m = 7$

$S = 3 \times \frac{1 - (-2)^8}{1 - (-2)} = 1 - (-2)^8 = 1 - 256 = -255$

Test n°7 - Suites géométriques - 1Spe maths

7 février 2024 - 30 min

Exercice 1 (1 pt) : Soit (u_n) une suite géométrique de raison 3 et de premier terme $u_0 = -2$. Exprimer u_n en fonction de n , puis calculer u_{10} .

Exercice 2 (1,5 pts) : Soit (u_n) une suite géométrique telle que $u_3 = 2$ et $u_6 = 128$. Déterminer la valeur de la raison de la suite et son premier terme u_0 .

Exercice 3 (3 pts) : Les suites suivantes sont-elles géométriques ? Justifier.

- (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = (-7)^n$.
- (v_n) définie par $v_1 = 2048$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $v_{n+1} = \frac{-1}{2}v_n$.
- (w_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $w_n = 5n + 2^n$.

Exercice 4 (2,5 pts) :

- Calculer $S = 1 + 3 + 9 + 27 + \dots + 3^{11}$.
- Calculer $S = 3 - 6 + 12 - 24 + \dots + 192 - 384$.

Exercice 5 (2,5 pts) : Deux amis partent pour une randonnée de 200 km.

Le premier jour, ils marchent 20 km.

En raison de la fatigue, la distance parcourue diminue de 5% par jour.

Pour $n \in \mathbb{N}^*$, on note d_n , la distance parcourue durant le jour n .

- Déterminer d_1 et d_2 ; exprimer d_{n+1} en fonction de d_n pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.
- En déduire l'expression de d_n en fonction de n , pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

- Compléter l'algorithme suivant pour qu'il calcule et affiche dans combien de jours les deux amis termineront la randonnée.

1	n=1
2	S=20
3	while S < 200 :
4	n=n+1
5	S= S + 20 x 0,95
6	return n

- A l'aide de la calculatrice, déterminer en combien de jours ils termineront la randonnée.

1) $d_1 = 20$ (km le 1er jour)

$d_2 = 20 \times 0,95 = 19$ diminution de 5% revient à $\frac{a}{2} \times (1 - \frac{5}{100})$

$d_{n+1} = 0,95 d_n$ ($n \in \mathbb{N}^*$)

2) (d_n) suite géométrique de raison 0,95 de premier terme $d_1 = 20$

donc $d_n = d_1 \times 0,95^{n-1} = 20 \times 0,95^{n-1}$ ($n \in \mathbb{N}^*$)