

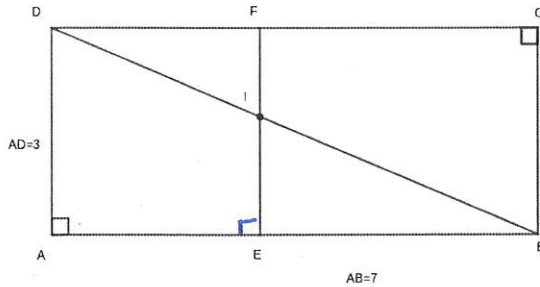
Test n°8 - Définitions du Produit Scalaire - 1Spe maths

10 mai 2024 - 30 min

Exercice 1 (3,5 pts) :

1. Soit ABC un triangle tel que $AB = 6$ cm, $AC = 5$ cm et $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{6}$ rad : calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.
2. Soit ABC est un triangle tel que $AB = 4$ cm, $AC = 3$ cm et $BC = 2$ cm : calculer $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$.

Exercice 2 (2,5 pts) :

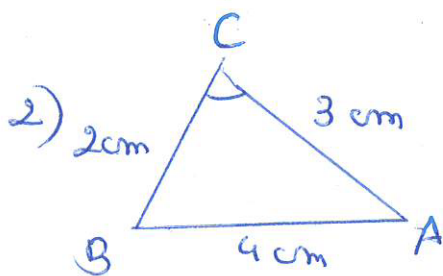


$ABCD$ est un rectangle
et $AEFD$ est un carré.

1. Calculer $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{EF}$
2. Calculer $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{DB}$
3. Calculer $\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{AB}$

Exercice 3 (4 pts) : Dans un repère orthonormé, on donne les points $A(2; -3)$, $B(4; -1)$ et $C(-1; 2)$.
Calculer, au dixième de degré près, la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$.

Ex 1 : 1) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \times AC \times \cos(\widehat{BAC})$
 $= 6 \times 5 \times \cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$
 $= 30 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \underline{15\sqrt{3}}$



$\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = \frac{1}{2} (AC^2 + BC^2 - AB^2)$
 ou $\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA}$
 donc $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = \frac{1}{2} (9 + 4 - 16)$
 $= \underline{-3/2}$

Ex 2 : 1) $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{EF} = 0$ AEFD carré donc $(AE) \perp (EF)$

2) $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CB}$ on projette D sur (CB)
 $= -BC^2 = \underline{-9}$

3) $\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AB}$ on projette I sur (AB)
 $= AE \times AB$ $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires
 de même sens
 $= 3 \times 7$
 $= \underline{21}$

Ex 3: $A(2; -3)$

$B(4; -1)$

$C(-1; 2)$

$$\vec{AB} \begin{pmatrix} 2 \\ +2 \end{pmatrix} \quad \vec{AC} \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

9,5

$$\vec{AC} \cdot \vec{AB} = 2 \times (-3) + 2 \times 5 = 4$$

9,5

$$\text{ou } \vec{AC} \cdot \vec{AB} = AC \times AB \times \cos(\widehat{BAC})$$

9,5

$$\begin{cases} AB^2 = 2^2 + 2^2 = 8 \Rightarrow AB = \sqrt{8} \\ AC^2 = 3^2 + 5^2 = 34 \Rightarrow AC = \sqrt{34} \end{cases}$$

1

on a donc $\sqrt{8} \times \sqrt{34} \times \cos \widehat{BAC} = 4$

$$\Rightarrow \cos(\widehat{BAC}) = \frac{4}{\sqrt{8}\sqrt{34}} = \frac{1}{\sqrt{17}}$$

2,5

$$\begin{aligned} \sqrt{8} &= 2\sqrt{2} \\ \sqrt{34} &= \sqrt{2}\sqrt{17} \end{aligned}$$

$$\sqrt{8}\sqrt{34} = 4\sqrt{17}$$

Donc après calculatrice

$$\widehat{BAC} \approx \underline{76,0^\circ}$$

8,5