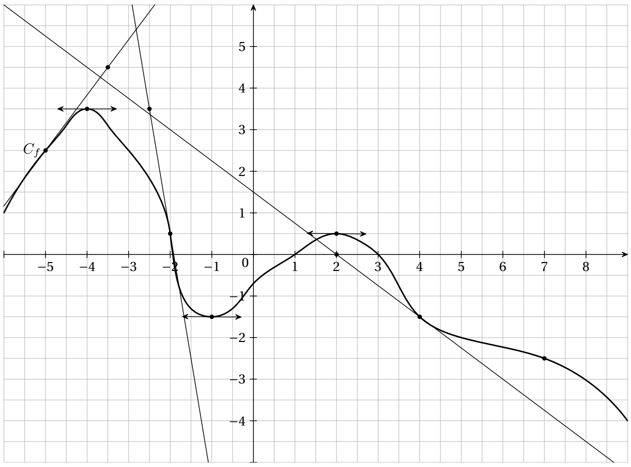
Devoir n°2 - Dérivation et Second degré - 1Spé maths

15 novembre 2024 - 1h

Exercice 1 (5,5 pts) : Voici la courbe représentative C_f d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.



D'après le graphique

1. Donner la valeur de $f'(-4)$ en justifiant ; puis $f'(-5)$, $f'(-2)$ et $f'(4)$ (sans justifier).
2. Déterminer l'équation de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse -2.
3. On sait que $f'(7) = -\dfrac{1}{3}$; tracer T_7, la tangente à C_f au point d'abscisse 7.
4. Résoudre graphiquement $f(x) > 0$ et $f'(x) > 0$.

Exercice 2 (5,5 points) : Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer sa fonction dérivée.

$f_1(x) = \dfrac{3}{8}x^4 - \dfrac{5}{3}x^3 + 2x - \dfrac{11}{2}$ définie et dérivable sur $\mathbb{R}$

$f_2(x) = \dfrac{3}{x^5} - \dfrac{1}{x}$ définie et dérivable sur $\mathbb{R}\backslash\{0\}$

$f_3(x) = \sqrt{x}(2x+1)$ définie sur $[0;+\infty[$ et dérivable sur $]0;+\infty[$

$f_4(x) = \dfrac{2x^2 - 5x + 1}{3 - x}$ définie et dérivable sur $\mathbb{R}\backslash\{3\}$

Exercice 3 (6 pts) :

1. La fonction f est définie sur $]-\infty;-2[\cup]-2;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{3x-2}{4x+8}$
   a) Justifier que f est dérivable sur $]-\infty;-2[\cup]-2;+\infty[$, et calculer $f'(x)$.
   b) Déterminer le signe de $f'(x)$; en déduire le sens de variation de la fonction f.
2. La fonction g est définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^3 - 4,5x^2 + 6x$
   a) Justifier que g est dérivable sur $\mathbb{R}$, et calculer $g'(x)$.
   b) Déterminer le signe de $g'(x)$; en déduire le sens de variation de la fonction g.

Exercice 4 (3 pts) : Soit $m \in \mathbb{R}$; on considère l'équation

$$(E) : (m+8)x^2 + mx + 1 = 0$$

Pour quelles valeurs de m, cette équation admet-elle une unique solution dans $\mathbb{R}$?

Exercice 5 (Bonus) : Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}\backslash\{0\}$ par $f(x) = \dfrac{1}{x}$.

A l'aide du taux d'accroissement, montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R}\backslash\{0\}$ et que $f'(x) = -\dfrac{1}{x^2}$.