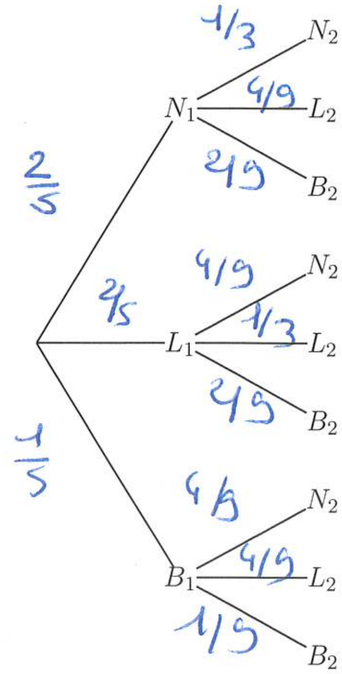
Devoir n°4 - Probabilités - 1ère spé maths

18 dec 2024 - 40 min

Exercice 1 (5,5 pts) : Une boite opaque contient quatre chocolats noirs, quatre chocolats au lait et deux chocolats blancs, indiscernables au toucher. Blue et Rita piochent chacune leur tour, un chocolat dans la boite (Blue en premier).

On considère les événements suivants :
- N_1 : "Blue pioche un chocolat noir", et N_2 : "Rita pioche un chocolat noir",
- L_1 : "Blue pioche un chocolat au lait", et L_2 : "Rita pioche un chocolat au lait"
- B_1 : "Blue pioche un chocolat blanc", et B_2 : "Rita pioche un chocolat blanc".

Ecrire les probabilités sous forme de fraction irréductible.



1. Compléter l'arbre pondéré ci-contre, modélisant la situation.
2. Calculer la probabilité que Blue et Rita aient chacune pioché un chocolat noir.
3. Calculer la probabilité que Blue et Rita aient chacune pioché un chocolat de la même couleur.
4. Calculer la probabilité que Rita ait pioché un chocolat noir.
5. Sachant que Rita a pioché un chocolat noir, calculer la probabilité que Blue ait pioché elle aussi un chocolat noir.

Exercice 2 (4,5 pts) : Dans un magasin de décoration, 20% des clients achètent de la peinture. Parmi eux, la moitié paie à crédit. Parmi les clients qui achètent de la tapisserie, les trois quarts paient à crédit.

Un client se présente et choisit un meuble.
On considère les évènements :
P : «Le client achète de la peinture.»
T : «Le client achète de la tapisserie.»
C : «Le client paie à crédit.»

%	P	T	Total
C	10	60	70
$\overline{C}$	10	20	30
Total	20	80	100

1. Compléter le tableau ci-dessus.
2. On choisit un client au hasard à la sortie du magasin.
   Quelle est la probabilité qu'il ait acheté de la peinture à crédit ?
3. Sachant que le client a payé à crédit, quelle est la probabilité qu'il ait acheté de la peinture ?
4. Les évènements P et C sont-ils indépendants ?

Exercice 3 (Bonus) : Chaque matin de classe, Tomas peut être victime de deux évènements indépendants :
R : «Il n'entend pas son réveil sonner.»
B : «Son bus est en retard.»
Il a observé, que chaque jour de classe, la probabilité de R est de 0,05, et celle de B de 0,1.
Lorqu'au moins l'un des deux évènements se produit, Tomas est en retard au lycée, sinon il est à l'heure.

1. Calculer la probabilité qu'un jour de classe donné, Tomas entende son réveil sonner et que le bus soit en retard.
2. Calculer la probabilité que Tomas soit à l'heure au lycée un jour donné de classe.
3. Au cours d'une semaine, Tomas se rend cinq fois au lycée. On suppose que tous les jours sont indépendants les uns des autres. Déterminer la probabilité que Tomas soit à l'heure tous les jours de la semaine.

Correction du devoir n°4 - 1spé

Ex1 : 1) arbre

2) $p(N_1 \cap N_2) = p(N_1) \times p_{N_1}(N_2) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{15}$

3) $p(N_1 \cap N_2) + p(L_1 \cap L_2) + p(B_1 \cap B_2)$

$= \frac{2}{15} + \frac{2}{5} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{5} \times \frac{1}{9}$

$= \frac{2}{15} + \frac{2}{15} + \frac{1}{45} = \frac{13}{45}$

4) N_1, L_1 et B_1 forment une partition de l'univers des chocolats.

D'après la formule des probabilités totales

$p(N_2) = p(N_1 \cap N_2) + p(L_1 \cap N_2) + p(B_1 \cap N_2)$

$= \frac{2}{15} + \frac{2}{5} \times \frac{4}{9} + \frac{1}{5} \times \frac{4}{9}$

$= \frac{2}{15} + \frac{8}{45} + \frac{4}{45} = \frac{18}{45} = \frac{2}{5}$

5) $p_{N_2}(N_1) = \frac{p(N_1 \cap N_2)}{p(N_2)} = \frac{2/15}{2/5} = \frac{2}{15} \times \frac{5}{2} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$

Ex2 : 1) Tableau

2) $p(P \cap C) = \frac{10}{100} = 0{,}1$ 3) $p_C(P) = \frac{10}{70} = \frac{1}{7}$

4) $p(P) = \frac{20}{100} = 0{,}2$; $p(C) = \frac{70}{100} = 0{,}7$ donc $p(P) \times p(C) = 0{,}2 \times 0{,}7 = 0{,}14$

or $p(P \cap C) = 0{,}1$ $\neq$

P et C ne sont pas indépendants

Ex 3 (Bonus) B et R indépendants, $\overline{B}$ et R, $\overline{B}$ et $\overline{R}$ aussi

1) $p(\overline{B} \cap R) = p(\overline{B}) \times p(R) = (1 - p(B)) \times p(R) = 0{,}95 \times 0{,}1 = 0{,}095$

2) $p(\overline{B} \cap \overline{R}) = p(\overline{B}) \times p(\overline{R}) = 0{,}95 \times (1 - p(R)) = 0{,}95 \times 0{,}9 = 0{,}855$

probabilité que Tomas soit à l'heure

3) Les 5 jours sont indépendants

donc $0{,}855^5 \simeq 0{,}4569$