

Dev n°9 - Fonction Exponentielle - 1ère spé maths

23 mai 2025 - 50 min

Exercice 1 (8 pts) :

1. Soit f la fonction définie et dérivable sur \mathbb{R} par

$$f(x) = (x - 2)e^{-2x+6} + 3$$

- Montrer que $f'(x) = (-2x + 5)e^{-2x+6}$.
- Etudier les variations de f .

2. Le bénéfice (en millions d'euros) d'une grande entreprise en fonction de la quantité x (en tonnes) de métal vendue est donnée par la fonction f .

- En utilisant la calculatrice, déterminer la quantité minimale (au centième près) que doit vendre l'entreprise pour réaliser un bénéfice.
- Quel est le bénéfice maximal (arrondir au millier d'euro)? Pour quelle quantité de métal vendue?

Exercice 2 (8 pts) : Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par

$$f(x) = \frac{x + 1}{e^x - 1}$$

1. Soit $g(x) = -xe^x - 1$ pour tout réel $x \in [0; +\infty[$.

- Etudier le sens de variation de g .
- Calculer $g(0)$, et en déduire le signe de $g(x)$.

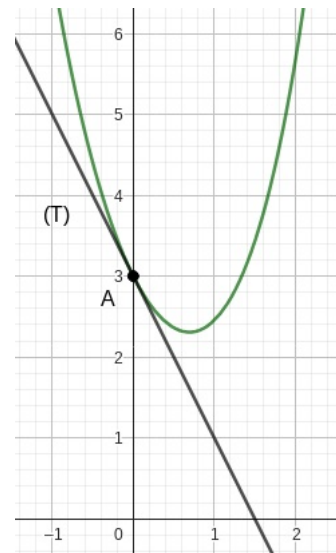
2. Montrer que $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x - 1)^2}$; en déduire les variations de f .

Exercice 3 (5 pts) :

Ci-contre la courbe représentative \mathcal{C}_f d'une fonction f définie sur \mathbb{R} par

$$f(x) = e^x + ax + be^{-x}$$

où a et b sont deux nombres réels.
 T est la tangente à \mathcal{C}_f au point A .



- Lire graphiquement la valeur de $f(0)$ et de $f'(0)$ (justifier brièvement).
- Calculer $f'(x)$ en fonction de a et b pour tout $x \in \mathbb{R}$.
- Déterminer les valeurs de a et b .

Exercice 4 (Bonus) : Soient f et g définie sur \mathbb{R} par

$$f(x) = xe^{-x} \quad \text{et} \quad g(x) = xe^{-x} - 2x$$

Soient \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g leurs courbes représentatives dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Que peut-on dire des tangentes à \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g au point O ?