DIPLÔME NATIONAL DU BREVET

SESSION 2015

MATHÉMATIQUES

SÉRIE COLLÈGE

Durée de l'épreuve : 2 heures
Coefficient : 2

Ce sujet comporte 7 pages (y compris celle-ci) numérotées de 1 à 7
Le candidat doit traiter l'ensemble des exercices.
L'annexe (page 7) est à rendre avec la copie.

L'utilisation de la calculatrice est autorisée *(circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999).*
L'usage du dictionnaire n'est pas autorisé.

Contenu mathématique	36 points
Maitrise de la langue française	4 points

Exercice 1 — 5 points

1. On dispose du programme de calcul ci-dessous :

— Choisir un nombre ;
— Calculer son carré ;
— Ajouter le double du nombre choisi au départ ;
— Ajouter 1 au résultat obtenu.

   a) Que donne ce programme de calcul lorsqu'on choisit le nombre 2 ? lorsqu'on choisit le nombre 4 ?
   b) Quelle conjecture peut-on faire sur le résultat obtenu par rapport au nombre de départ ?
   c) Démontrer cette conjecture.
   d) Marcel choisit un nombre puis exécute le programme de calcul. Il obtient 538,24. Quel(s) nombre(s) peut-il avoir choisi au départ ?

2. Un autre programme de calcul donne, lorsqu'on choisit un nombre x au départ, le résultat suivant :

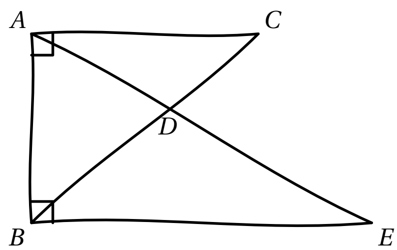
$$(2x-1)(x+3)-(x+1)(x+2)+6$$

Démontrer que ce programme de calcul et celui de la question 1 sont identiques.

Exercice 2 — 5 points

Partie A

Voici une figure codée réalisée à main levée :



On sait que :

— La droite (AC) est perpendiculaire à la droite (AB).

— La droite (EB) est perpendiculaire à la droite (AB).

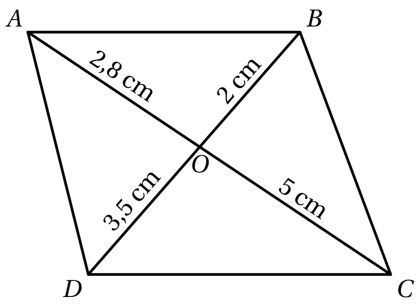
— Les droites (AE) et (BC) se coupent en D.

— $AC = 2{,}4\,\text{cm}$; $AB = 3{,}2\,\text{cm}$; $BD = 2{,}5\,\text{cm}$ et $DC = 1{,}5\,\text{cm}$.

1. Réaliser la figure en vraie grandeur sur la copie.
2. Déterminer l'aire du triangle ABE.

Partie B

On considère la figure ci-dessous :



Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?

Exercice 3 — 5 points

L'éditeur d'une revue a constaté que le nombre d'abonnés dépend du prix de vente de cette revue.
Il a établi que pour un prix x compris entre 0 et 20 €, le nombre d'abonnés est donné par la fonction A telle que :

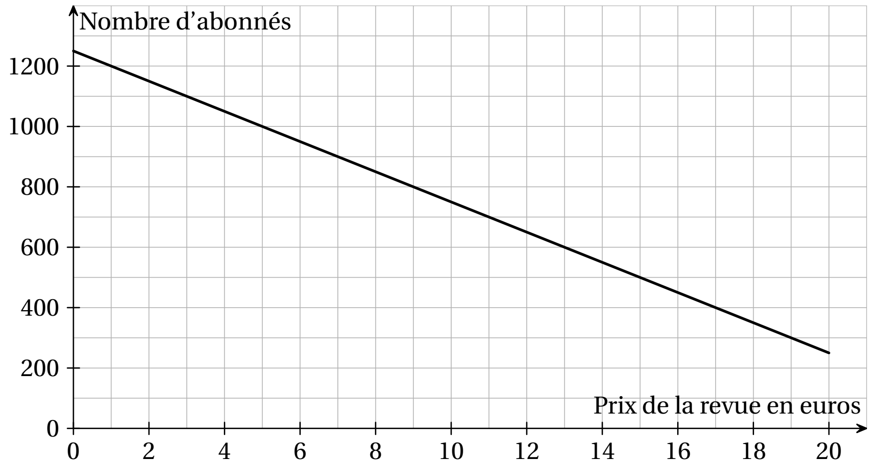
$$A(x) = -50x + 1250$$

La recette, c'est-à-dire le montant perçu par l'éditeur grâce à la vente de cette revue, est donnée par la fonction R telle que :

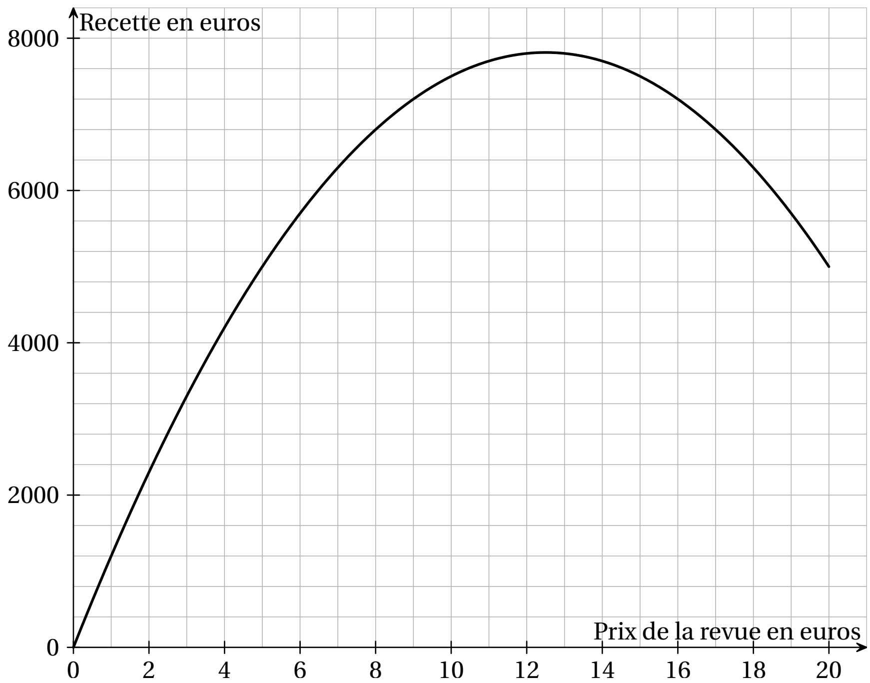
$$R(x) = -50x^2 + 1250x$$

Les représentations graphiques de ces deux fonctions sont données ci-dessous :

Représentation graphique de la fonction *A*



Représentation graphique de la fonction *R*



1. Le nombre d'abonnés est-il proportionnel au prix de la revue ? Justifier.
2. Vérifier, par le calcul, que $A(10) = 750$ et interpréter concrètement ce résultat.
3. Déterminer graphiquement pour quel prix la recette de l'éditeur est maximale.
4. Déterminer graphiquement les antécédents de 6800 par R.

5. Lorsque la revue coûte 5 €, déterminer le nombre d'abonnés et la recette.
6. On a utilisé un tableur pour calculer les images de différentes valeurs de x par la fonction R.
   Une copie de l'écran obtenu est donnée ci-dessous.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	x	0	4	6	10	12	14	20
2	$R(x)$	0	4200	5700	7500	7800	7700	5000

   Une formule a été saisie dans la cellule B2 et recopiée ensuite vers la droite pour compléter la plage de cellules C2 : H2.
   Quelle est cette formule ?

Exercice 4 — 4 points

Cet exercice est un Q.C.M. (questionnaire à choix multiple). Pour chaque question, une seule réponse est exacte. Une réponse juste rapporte 1 point, une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte aucun point.
On indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.

1. Une factorisation de $4x^2 - 40x + 36$ est :
   a) $(2x-6)^2$ b) $(4x-4)(x-9)$ c) $(2x-10)^2$ d) $(2x-6)(2x+6)$
2. Une factorisation de $(2x-3)(3x+4)-(2x-3)^2$ est :
   a) $(2x-3)(x+7)$ b) $(2x-3)(x+1)$ c) $(2x-3)(3x+3)$ d) $(2x-3)(-x-7)$
3. L'équation $(x+1)^2 - 9 = 0$ admet pour solution(s) :
   a) 8 et -10 b) 2 c) -4 et 4 d) -4 et 2
4. L'équation $(x+2)(6x+3) = 0$ admet pour solution(s) :
   a) 2 et $\frac{1}{2}$ b) 2 c) -2 et $-\frac{1}{2}$ d) -2

Exercice 5 — 4 points

Mathis a un exposé à faire sur Proxima du Centaure, l'étoile la plus proche du système solaire, qui est située à 3993×10^{10} km de la Terre.
On sait de plus que la lumière voyage à 3×10^5 km/s.

1. Donner l'écriture scientifique de la distance entre la Terre et Proxima du Centaure.
2. Si cette étoile mourrait, Mathis se demande, combien de temps on continuerait à la voir briller dans le ciel, depuis la Terre.
   Répondre à cette question en calculant le temps que met la lumière à voyager de Proxima du Centaure à la Terre. On donnera une valeur approchée du résultat en années et jours, au jour près, en considérant qu'une année a 365 jours.

Mathis décide de télécharger une vidéo pour illustrer son exposé. La vidéo pèse 2^9 MB (Mégabytes) et Mathis la télécharge en 5 minutes.

3. Sachant que 1 MB $= 2^{10}$ KB (Kilobytes), écrire sous la forme 2^n le poids de la vidéo en KB. Justifier par un calcul.
4. Calculer le débit, c'est à dire la vitesse de téléchargement, de la connexion à internet de Mathis en MB/min puis en KB/s (arrondi au KB).

Exercice 6 — 5 points

Une station de ski propose les tarifs de forfaits suivants :

— Tarif A : Chaque jour de ski, on doit acheter le forfait de ski au prix de 20 €.

— Tarif B : On adhère à un club de sport pour la saison pour 60 €, et on bénéfice alors d'une réduction de 30 % sur le prix du forfait journalier du tarif A.

— Tarif C : On achète un forfait annuel valable tous les jours de la saison au prix unique de 300 €.

1. Yann choisit le tarif B et adhère au club de sport. Combien devra t-il payer pour chaque journée de ski (hors cotisation) ?
2. On appelle x le nombre de journées de ski effectuées durant la saison. On appelle :

   — f est la fonction qui à x associe le coût de la saison de ski avec le tarif A.

   — g la fonction qui à x associe le coût de la saison de ski avec le tarif B.

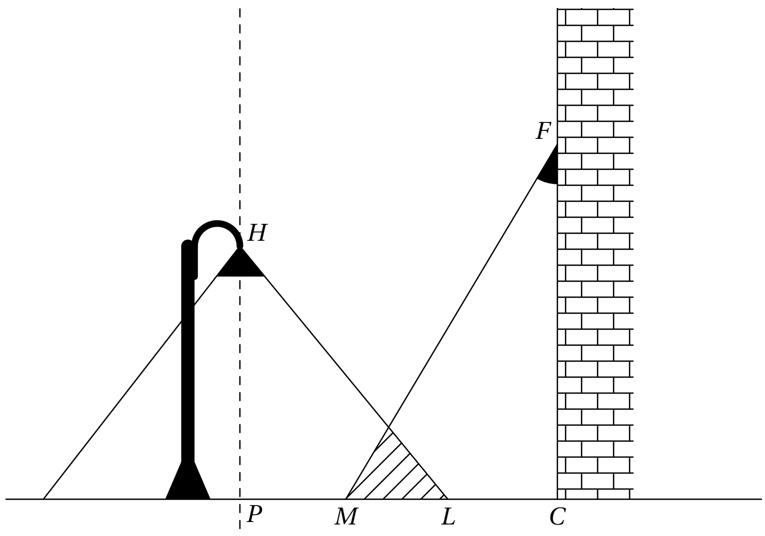
   — h la fonction qui à x associe le coût de la saison de ski avec le tarif C.

   a) Exprimer $f(x)$ et $h(x)$ en fonction de x.
   b) Démontrer que $g(x) = 14x + 60$
   c) Déterminer par le calcul pour combien de journées de ski le prix à payer avec le tarif A est égal au prix à payer avec le tarif B.
   d) Représenter graphiquement, en justifiant, les fonctions f, g et h dans un repère orthogonal en prenant 1 cm pour 1 journée de ski en abscisses et 1 cm pour 20 € en ordonnées.
   e) Lire graphiquement et donner le tarif le plus intéressant en fonction du nombre de journée de ski.

Exercice 7 — 4 points

Dans cet exercice, toute trace de recherche même non aboutie sera prise en compte dans l'évaluation.

Un lampadaire et un spot fixé sur la façade d'un immeuble éclairent une partie d'une rue. On s'intéresse à la zone au sol qui est éclairée la nuit simultanément par ces deux sources.
Le lampadaire est fixé en H (à la verticale de P) et le spot est fixé en F (la façade de l'immeuble est elle aussi verticale).
On dispose des données suivantes : $PC = 5{,}5$ m, $CF = 5$ m, $HP = 4$ m et $\widehat{PHL} = 40°$.



La longueur LM correspond donc à la zone éclairée par les deux sources de lumière.
On effectue des réglages du spot situé en F. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{CFM}$ afin que M et L soient confondus. On arrondira la réponse au degré.

Exercice 8 **4 points**

Le sol d'une pièce est un rectangle de longueur 935 cm et de largeur 385 cm.
On désire le recouvrir entièrement, sans faire de découpes, par des carrés de moquette identiques dont le côté est un nombre entier de centimètres.
On note c la longueur d'un côté de carré de moquette en centimètres.

1. Justifier que c est un diviseur commun à 935 et 385.
2. On veut utiliser le moins de carrés possibles pour recouvrir le sol.
   a) Justifier que c est le PGCD de 935 et 385.
   b) Calculer le nombre c.
   c) Calculer le nombre de carrés de moquette nécessaires à la réalisation.

ANNEXE

À rendre avec la copie

Nom :
Classe :

Figure de l'exercice 6