

Devoir de Mathématiques N° 5 (30 min)

Exercice 1 (2 pts) :

Déterminer le reste de la division euclidienne de $2\,016 \times 2\,017 \times 2\,018$ par 11.

Exercice 2 (3 pts) :

1. Quels sont les restes possibles de la division euclidienne de 3^n par 11 ?
2. En déduire les entiers n pour lesquels $3^n + 7$ est divisible par 11.

Exercice 3 (5 pts) :

1. Compléter cette table des restes dans la congruence modulo 4.

$x \equiv \dots [4]$				
$x^2 \equiv \dots [4]$				

2. Prouver que l'équation $7x^2 - 4y^2 = 1$, d'inconnues x et y , entiers relatifs, n'admet pas de solutions.
3. Résoudre dans $\mathbb{Z}$, l'équation $(x + 3)^2 \equiv 1 [4]$.

Exercice 4 (Bonus) :

Montrer que $xy(x^2 - y^2)$ est un multiple de 3 quels que soient les entiers x et y .