Devoir de mathématiques n^o 4 - TES4

25 nov 2008 - 1H

Exercice 1

Dans une académie, les élèves candidats au baccalauréat série ES se répartissent en 2003 selon trois enseignements de spécialité : mathématiques, sciences économiques et sociales, et langue vivante.

Nous savons de plus que :
- 37% des candidats ont choisi l'enseignement de spécialité mathématiques.
- 25% des candidats ont choisi l'enseignement de spécialité langue vivante.
- 21% des candidats ont choisi l'enseignement de spécialité mathématiques et ont obtenu le baccalauréat.
- $32,5\%$ des candidats ont choisi l'enseignement de spécialité sciences économiques et sociales, et ont obtenu le baccalauréat.
- Parmi les candidats ayant choisi l'enseignement de spécialité langue vivante, $72,5\%$ ont obtenu le baccalauréat.

On interroge un candidat pris au hasard, et on note les événements suivants :
- M : "Le candidat a choisi l'enseignement de spécialité mathématiques"
- S : "Le candidat a choisi l'enseignement de spécialité sciences économiques et sociales"
- L : "Le candidat a choisi l'enseignement de spécialité langue vivante"
- R : "Le candidat a obtenu le baccalauréat".

On pourra faire un arbre pour faciliter la réponse aux questions.
Les résultats demandés seront arrondis au millième près.

1. Traduire en termes de probabilités et en utilisant les notations indiquées, les informations numériques données ci-dessus.
2. (a) Déterminer la probabilité pour que ce candidat ait choisi l'enseignement de spécialité sciences économiques et sociales.
   (b) Déterminer la probabilité pour que ce candidat ait choisi l'enseignement de spécialité langue vivante et ait réussi les épreuves du baccalauréat.
3. Quelle est la probabilité pour que ce candidat ait choisi l'enseignement de spécialité langue vivante et ait échoué au baccalauréat
4. Ce candidat a choisi l'enseignement de spécialité mathématiques. Quelle est la probabilité qu'il n'ait pas obtenu le baccalauréat ?
5. Montrer que le pourcentage de réussite au baccalauréat pour les candidats de ES, dans cette académie est de $71,6\%$.
6. On interroge successivement au hasard et de façon indépendante trois candidats.
   (a) Quelle est la probabilité que deux d'entre eux exactement soient reçus ?
   (b) Quelle est la probabilité qu'au moins l'un d'entre eux soit reçu ?

Exercice 2

A l'issue d'une compétition, des sportifs sont contrôlés par un comité antidopage qui doit se prononcer aur leur positivité ou négativité au dopage.
Or d'une part, certains produits restent indétectables aux contrôles, d'autre part, certains médicaments ont un effet de dopage inconnu du sportif ; le comité prend donc sa décision avec un risque d'erreur.

On note :
- D : "le sportif est dopé"
- P : "le sportif est déclaré positif"
- E : "le comité a commis une erreur".

1. Dans cette question, on suppose que parmi les sportifs, 70% ne sont pas dopés, et que *la probabilité d'être déclaré positif est indépendante de l'état réel du sportif* (dopé ou non dopé).

   Lors d'une étude sur des compétitions antérieures, on a pu observer que ce comité déclarait positifs 20% des sportifs. On choisit un sportif au hasard. Calculer :

   (a) la probabilité que le sportif soit non dopé et déclaré positif

   (b) la probabilité que le sportif soit dopé et déclaré négatif

   (c) la probabilité que le comité ait commis une erreur.

2. Dans cette question, on note p la fréquence des dopés parmi les sportifs contrôlés. On suppose que *la probabilité d'être déclaré positif n'est pas la même selon que le sportif est réellement dopé ou non* :
   - la probabilité qu'un sportif dopé soit déclaré positif est $0,9$,
   - la probabilité qu'un sportif non dopé soit déclaré positif est $0,1$.

   On choisit un sportif au hasard.

   (a) Construire un arbre pondéré illustrant la situation.

   (b) Calculer la probabilité que le comité ait commis une erreur.

   (c) Calculer, en fonction de p, la probabilité que ce sportif soit déclaré positif.

   (d) On s'intéresse à la probabilité qu'un sportif ayant été déclaré positif soit réellement dopé.

   Montrer que cette probabilité, notée $f(p)$, est définie par : $f(p) = \dfrac{0,9p}{0,8p+0,1}$.

   Résoudre l'inéquation $f(p) \geq 0,9$ et interpréter ce résultat.