

## Devoir n°4 - Primitives - Fonction ln - TS

25 novembre 2014 - 1h

### Exercice 1 (5,5 pts) :

Déterminer les primitives des fonctions suivantes, sur un intervalle que l'on précisera où celles-ci sont continues.

1.  $f(x) = x^3 + 2 + \frac{1}{x^3}$

3.  $h(x) = \frac{3}{\sqrt{2x-1}}$

4.  $i(x) = \frac{\sin x}{(\cos x)^2}$

2.  $g(x) = x^3(x^4 - 1)^2$

5.  $j(x) = \frac{7}{3x+1}$

### Exercice 2 (3,5 pts) : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante :

$$(\ln x)^2 - 2 \ln x - 3 = 0$$

### Exercice 3 (11 pts) :

**Partie A : Etude d'une fonction auxiliaire**  $g$  définie sur  $]2; +\infty[$  par

$$g(x) = x - 2 - 2 \ln(x)$$

1. Dresser le tableau de variations de la fonction  $g$ . (on rappelle que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ )
2. Montrer que l'équation  $g(x) = 0$  admet une seule solution  $\alpha$  sur  $]2; +\infty[$ ; donner un encadrement de  $\alpha$  à  $10^{-2}$ .
3. En déduire le signe de la fonction  $g$  sur  $]2; +\infty[$ .

**Partie B : Etude de la fonction**  $f$  définie sur  $]2; +\infty[$  par

$$f(x) = \frac{x \ln x}{x-2}$$

Dans le plan est rapporté à un repère orthogonal,  $\mathcal{C}$  désigne la courbe représentative de la fonction  $f$ .

1. a) Déterminer la limite de  $f$  en 2 et interpréter graphiquement.  
b) Ecrire  $f(x)$  sous la forme  $\frac{x}{x-2} \times \ln x$  et déterminer la limite de  $f$  en  $+\infty$ .
2. Montrer que la dérivée  $f'$  a le même signe que  $g$  sur  $]2; +\infty[$ , puis dresser le tableau de variations de  $f$ .
3. Montrer que  $f(\alpha) = \frac{\alpha}{2}$ ; en déduire un encadrement de  $f(\alpha)$ .