# Devoir n°11 - Géométrie dans l'espace - Fonctions - TS

21 avril 2016 - 2h

**Exercice 1 (10 pts) :**
*Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.*
**Ecrire sur la copie le numéro de la question suivi de la réponse choisie en justifiant.**

Il est attribué deux points par réponse correcte et convenablement justifiée. Une réponse non justifiée ne sera pas prise en compte. Aucun point n'est enlevé en l'absence de réponse ou en cas de réponse fausse. Pour chaque question, une seule des affirmations proposées est exacte.

Dans l'espace, rapporté à un repère orthonormal, on considère les points $A(1;-1;-1)$, $B(1;1;1)$, $C(0;3;1)$, et le plan $\mathcal{P}$ d'équation $2x+y-z+5=0$.

**Question 1 :** Soit $\mathcal{D}_1$ la droite de vecteur directeur $\vec{u}(2;-1;1)$ passant par $A$.
Une représentation paramétrique de la droite $\mathcal{D}_1$ est :

**a.** $\begin{cases} x = 2+t \\ y = -1-t \\ z = 1-t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ **b.** $\begin{cases} x = -1+2t \\ y = 1-t \\ z = 1+t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

**c.** $\begin{cases} x = 5+4t \\ y = -3-2t \\ z = 1+2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ **d.** $\begin{cases} x = 4-2t \\ y = -2+t \\ z = 3-4t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

**Question 2 :** Soit $\mathcal{D}_2$ la droite de représentation paramétrique $\begin{cases} x = -1+t \\ y = t \\ z = -2-t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$.

**a.** Les droites $\mathcal{D}_2$ et $\mathcal{D}_1$ sont parallèles.

**b.** Les droites $\mathcal{D}_2$ et $\mathcal{D}_1$ sont orthogonales.

**c.** Les droites $\mathcal{D}_2$ et $\mathcal{D}_1$ se coupent au point $D(0;1;-1)$.

**d.** Les droites $\mathcal{D}_2$ et $\mathcal{D}_1$ sont perpendiculaires.

**Question 3 :** Soit $\mathcal{D}_3$ la droite de représentation paramétrique $\begin{cases} x = 1+t \\ y = -3-t \\ z = 2-2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$.

**a.** La droite $\mathcal{D}_3$ et le plan $\mathcal{P}$ ne sont pas sécants.

**b.** La droite $\mathcal{D}_3$ est incluse dans le plan $\mathcal{P}$.

**c.** La droite $\mathcal{D}_3$ et le plan $\mathcal{P}$ se coupent au point $\mathrm{E}\left(\frac{1}{3};-\frac{7}{3};\frac{10}{3}\right)$.

**d.** La droite $\mathcal{D}_3$ et le plan $\mathcal{P}$ se coupent au point $\mathrm{F}\left(\frac{4}{3};-\frac{1}{3};\frac{22}{3}\right)$.

**Question 4 :**

**a.** L'intersection du plan $\mathcal{P}$ et du plan (ABC) est réduite à un point.
**b.** Le plan $\mathcal{P}$ et le plan (ABC) sont confondus.
**c.** Le plan $\mathcal{P}$ coupe le plan (ABC) selon une droite.
**d.** Le plan $\mathcal{P}$ et le plan (ABC) sont strictement parallèles.

**Question 5 :** Une mesure de l'angle $\widehat{\mathrm{BAC}}$ arrondie au dixième de degré est égale à :

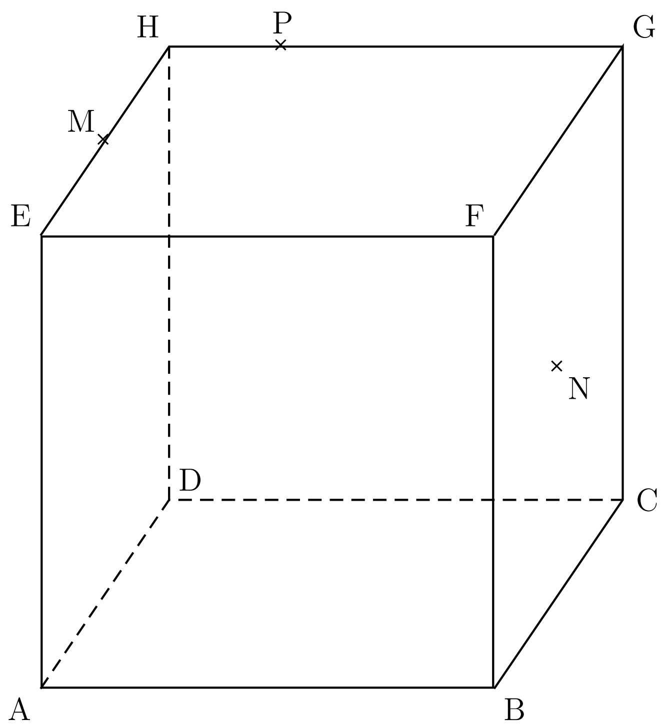
**a.** 22,2 ° **b.** 0,4 ° **c.** 67,8 ° **d.** 1,2 °

**Exercice 2 (3 pts) - à rendre avec la copie :** On considère un cube $ABCDEFCH$.

On note $M$ le milieu du segment $[EH]$, $N$ celui de $[FC]$ et $P$ le point tel que $\overrightarrow{\mathrm{HP}} = \dfrac{1}{4}\overrightarrow{\mathrm{HG}}$.

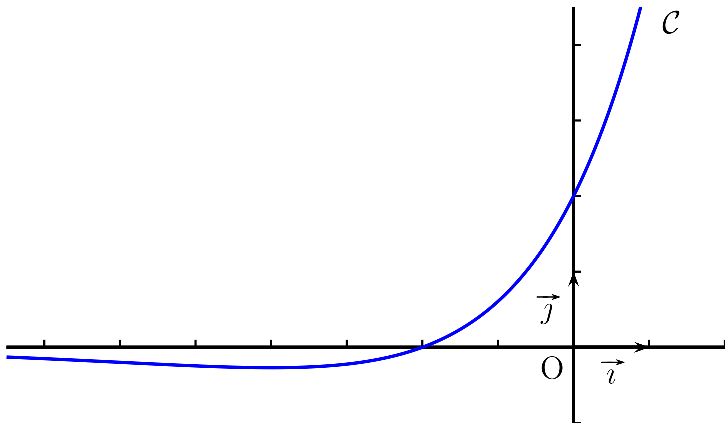
Le but de l'execrcice est de construire la Section du cube par le plan (MNP).

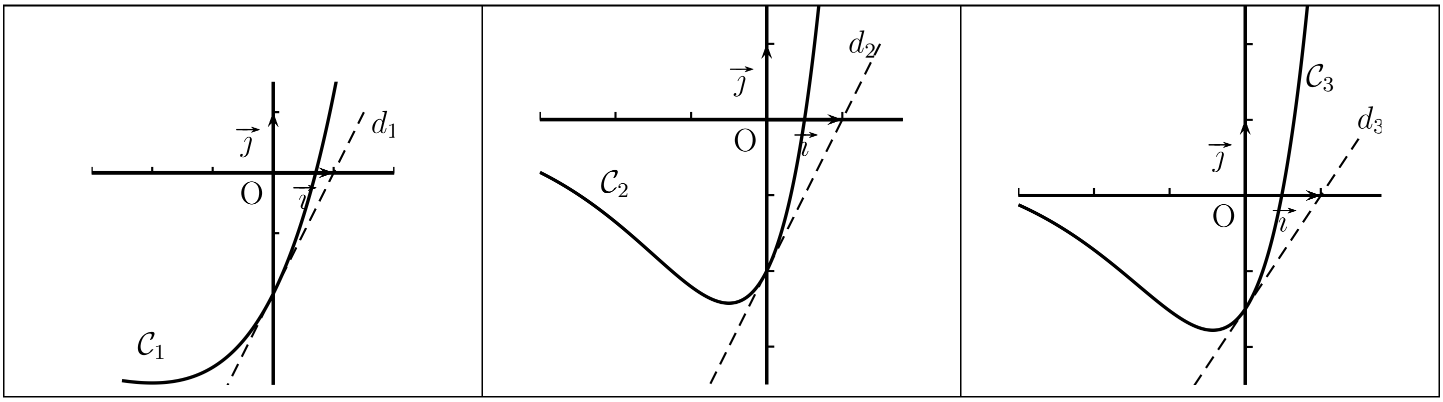
1. Justifier que les droites $(MP)$ et $(FG)$ sont sécantes en un point $L$ ; construire le point $L$.
2. On admet que les droites $(LN)$ et $(CG)$ sont sécantes et on note $T$ leur point d'intersection.
   On admet que les droites $(LN)$ et $(BF)$ sont sécantes et on note $Q$ leur point d'intersection.
   a) Construire les points $T$ et $Q$ en laissant apparents les traits de construction.
   b) Construire l'intersection des plans $(MNP)$ et $(ABF)$.
3. En déduire une construction de la section du cube par le plan $(MNP)$.



**Exercice 3 (7 pts) :** Soit $f$ une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.
On note $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère $(O; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$.

**Partie A :** Sur les graphiques ci-dessous, on a représenté la courbe $\mathcal{C}$ et trois autres courbes $\mathcal{C}_1$, $\mathcal{C}_2$, $\mathcal{C}_3$ avec la tangente en leur point d'abscisse 0.




1. Donner par lecture graphique, le signe de $f(x)$ selon les valeurs de $x$.
2. On désigne par $F$ une primitive de la fonction $f$ sur $\mathbb{R}$.
   a) À l'aide de la courbe $\mathcal{C}$, déterminer $F'(0)$ et $F'(-2)$.
   b) L'une des courbes $\mathcal{C}_1$, $\mathcal{C}_2$, $\mathcal{C}_3$ est la courbe représentative de la fonction $F$.
   Déterminer laquelle en justifiant l'élimination des deux autres.

**Partie B :** Dans cette partie, on admet que la fonction $f$ évoquée dans la **partie A** est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = (x+2)\mathrm{e}^{\frac{1}{2}x}.$$

1. L'observation de la courbe $\mathcal{C}$ permet de conjecturer que la fonction $f$ admet un minimum.
   a) Démontrer que pour tout réel $x$, $f'(x) = \dfrac{1}{2}(x+4)\mathrm{e}^{\frac{1}{2}x}$.
   b) En déduire une validation de la conjecture précédente.
2. On pose $I = \displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$.
   a) Interpréter géométriquement le réel $I$.
   b) Soient $u$ et $v$ les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $u(x) = x$ et $v(x) = \mathrm{e}^{\frac{1}{2}x}$.
   Vérifier que $f = 2\,(u'v + uv')$.
   c) En déduire la valeur exacte de l'intégrale $I$.

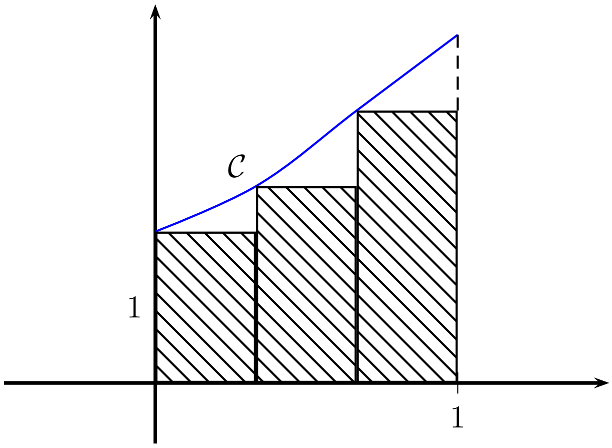
**Hors-Barème**

3. On donne l'algorithme ci-dessous.

| | |
|---|---|
| Variables : | $k$ et $n$ sont des nombres entiers naturels. |
| | $s$ est un nombre réel. |
| Entrée : | Demander à l'utilisateur la valeur de $n$. |
| Initialisation : | Affecter à $s$ la valeur 0. |
| Traitement : | Pour $k$ allant de 0 à $n-1$ |
| | Affecter à $s$ la valeur $s + \dfrac{1}{n} f\left(\dfrac{k}{n}\right)$. |
| | Fin de boucle. |
| Sortie : | Afficher $s$. |

On note $s_n$ le nombre affiché par cet algorithme lorsque l'utilisateur entre un entier naturel strictement positif comme valeur de $n$.

a) Justifier que $s_3$ représente l'aire, exprimée en unités d'aire, du domaine hachuré sur le graphique ci-dessous où les trois rectangles ont la même largeur.




b) Que dire de la valeur de $s_n$ fournie par l'algorithme proposé lorsque $n$ devient grand ?