Devoir n°5 - Continuité - Dérivabilité - TVI - TS

3 décembre 2018 - 1h

Exercice 1 (5 pts) : Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 - 2x & \text{si } x \leq -1 \\ \dfrac{1}{x+2} & \text{si } x > -1 \end{cases}$$

1. f est-elle continue sur $\mathbb{R}$?
2. f est dérivable sur $\mathbb{R}$?

Exercice 2 (15 pts) : Partie A : Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par

$$g(x) = -4x^3 - 3x^2 - 2$$

1. Etudier le sens de variation de g sur $\mathbb{R}$.
2. Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution sur $\mathbb{R}$ que l'on notera α. Déterminer une valeur approchée de α à 10^{-2}.
3. En déduire le signe de g sur $\mathbb{R}$.

Partie B : Soit la fonction f définie sur $I = \mathbb{R}\backslash\{1\}$ par

$$f(x) = \frac{2x+1}{x^3-1}$$

On note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de f.

1. Déterminer les limites de f aux bornes de I et préciser les asymptotes (s'il y a lieu).
2. a) Calculer $f'(x)$ et vérifier que $f'(x) = \dfrac{g(x)}{(x^3-1)^2}$.
   b) Dresser le tableau de variations de f.
3. a) Déterminer une équation de (T), tangente à $\mathcal{C}_f$ en A d'abscisse 0.
   b) Etudier la position relative de (T) et $\mathcal{C}_f$.
4. Construire $\mathcal{C}_f$, ses asymptotes et ses tangentes dans le repère ci-dessous.