

Test1 - Espace - TS

13 mai 2020 - 1h max

Soit $ABCDEFGH$ un cube et soit I le centre du carré $ADHE$, c'est-à-dire, le milieu de $[AH]$ et de $[ED]$. Soit J un point de $[CG]$.

La section du cube $ABCDEFGH$ par le plan (FIJ) est le quadrilatère $FKLJ$.

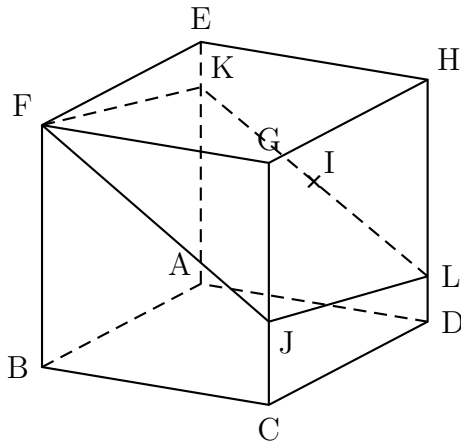


Figure 1

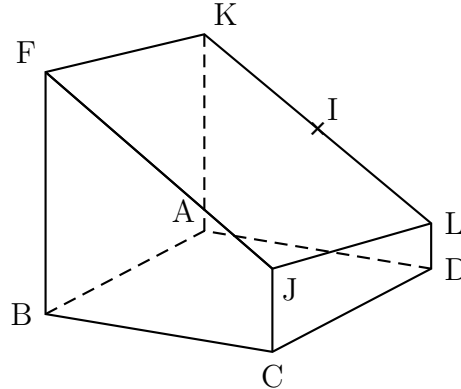


Figure 2

On se place dans le repère orthonormé $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.

Partie A : Dans cette partie, le point J a pour coordonnées $\left(1; 1; \frac{2}{5}\right)$

1. Démontrer que les coordonnées du point I sont $\left(0; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

2. a) Démontrer que le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$ est un vecteur normal au plan (FIJ) .

b) Démontrer qu'une équation cartésienne du plan (FIJ) est : $-x + 3y + 5z - 4 = 0$.

3. Soit d la droite orthogonale au plan (FIJ) et passant par B .

a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite d .

b) On note M le point d'intersection de la droite d et du plan (FIJ) . Montrer que $M \left(\frac{6}{7}; \frac{3}{7}; \frac{5}{7}\right)$.

4. a) Calculer $\overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{BF}$.

b) En déduire une valeur approchée au degré près de l'angle $\widehat{MBF}$.

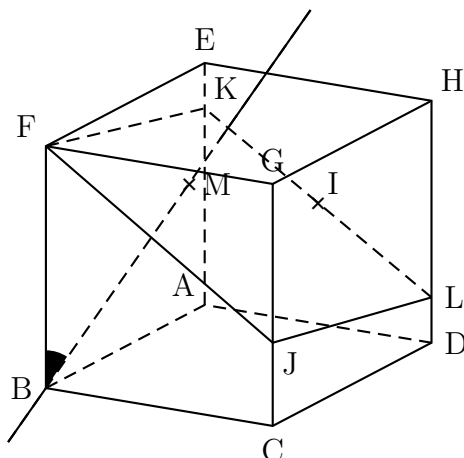


Figure 1

Partie B : Dans cette partie, J est un point quelconque de $[CG]$.

Ses coordonnées sont donc $(1; 1; a)$, où a est un réel de l'intervalle $[0; 1]$.

1. Montrer que la section du cube par le plan (FIJ) est un parallélogramme.

2. On admet alors que $L \left(0; 1; \frac{a}{2}\right)$: pour quelle(s) valeur(s) de a le quadrilatère $FKLJ$ est-il un losange ?