

Test4 - Suites - TS

25 mai 2020 - 1h

¡ El último test, así que adelante !

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$, et pour tout entier naturel n ,

$$u_{n+1} = e \times \sqrt{u_n}.$$

1. Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n ,

$$1 \leq u_n \leq e^2.$$

2. a) Démontrer que la suite (u_n) est croissante.
b) En déduire la convergence de la suite (u_n) .

3. Pour tout entier naturel n , on pose

$$v_n = \ln(u_n) - 2.$$

- a) Démontrer que la suite (v_n) est géométrique de raison $\frac{1}{2}$.
b) Démontrer que, pour tout entier naturel n ,

$$v_n = -\frac{1}{2^{n-1}}.$$

- c) En déduire une expression de u_n en fonction de l'entier naturel n .
d) Calculer la limite de la suite (u_n) .
4. Dans cette question, on s'interroge sur le comportement de la suite (u_n) si l'on choisit d'autres valeurs que 1 pour u_0 . Pour chacune des affirmations ci-dessous, indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant.

Affirmation 1 : « Si $u_0 = 2018$, alors la suite (u_n) est croissante. »

Affirmation 2 : « Si $u_0 = 2$, alors pour tout entier naturel n , $1 \leq u_n \leq e^2$. »

Affirmation 3 : « La suite (u_n) est constante si et seulement si $u_0 = 0$. »