Devoir nº 10 - Calcul intégral - TSpé maths

22 avril 2021 - 30 min

Exercice 1 (5 points) : Calculer la valeur exacte des intégrales suivantes :

$$A = \int_{1}^{6} \frac{1}{(x-3)^3} dx$$

$$B = \int_{-1}^{1} xe^{3x^2 - 1} dx$$

En utilisant une intégration par parties, calculer :

$$C = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (2x+1)\sin x \, dx$$

Exercice 2 (5 pts) : On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = 2 \ln x - \frac{1}{2} (\ln x)^2$

- 1. Déterminer la dérivée de f sur $]0; +\infty[$.
- 2. En déduire la valeur de $I = \int_1^{e^2} \frac{2 \ln x}{x} dx$.
- 3. Justifier pourquoi I correspond à l'aire sous la courbe de la fonction $x \mapsto \frac{2 \ln x}{x}$ sur $[1; e^2]$.