

Devoir n°9 - Espace - TSpé maths

10 fev 2022 - 1h

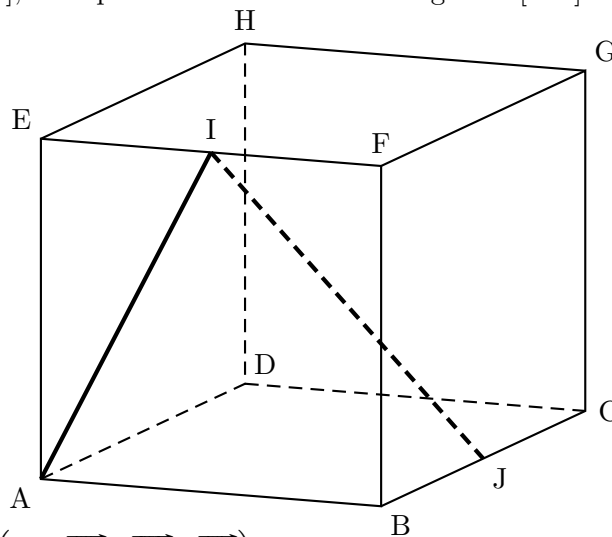
Exercice 1 (12,5 pts) : Dans un repère orthonormé de l'espace, on considère les points suivants :

$$A(2 ; -1 ; 0), B(3 ; -1 ; 2), C(0 ; 4 ; 1) \text{ et } S(0 ; 1 ; 4).$$

1. Montrer que le triangle ABC est rectangle en A .
2. a) Montrer que le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ est orthogonal au plan (ABC) .
 b) En déduire une équation cartésienne du plan (ABC) .
 c) Montrer que les points A, B, C et S ne sont pas coplanaires.
3. Soit (d) la droite orthogonale au plan (ABC) passant par S . Elle coupe le plan (ABC) en H .
 a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (d) .
 b) Montrer que les coordonnées du point H sont $(2 ; 2 ; 3)$.
4. On rappelle que le volume V d'un tétraèdre est $V = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$.
 Calculer le volume du tétraèdre $SABC$.
5. a) Calculer la longueur SA .
 b) On indique que $SB = \sqrt{17}$; en déduire une mesure de l'angle \widehat{ASB} approchée au dixième de degré.

Exercice 2 (7,5 pts) : On considère un cube $ABCDEFGH$.

Le point I est le milieu du segment $[EF]$, et le point J est le milieu du segment $[BC]$.



On se place dans le repère orthonormé $(A ; \vec{AB}, \vec{AD}, \vec{AE})$.

1. a) Donner les coordonnées des points I et J .
 b) Montrer que les vecteurs \vec{IJ}, \vec{AE} et \vec{AC} sont coplanaires.

On considère le plan \mathcal{P} d'équation $x + 3y - 2z + 2 = 0$ ainsi que les droites d_1 et d_2 définies par les représentations paramétriques ci-dessous :

$$d_1 : \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 8 - 2t \\ z = -2 + 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad d_2 : \begin{cases} x = 4 + t' \\ y = 1 + t' \\ z = 8 + 2t' \end{cases}, t' \in \mathbb{R}.$$

2. Les droites d_1 et d_2 sont-elles parallèles ?
3. Les droites d_1 et d_2 sont-elles coplanaires ?
4. Montrer que la droite d_2 est strictement parallèle au plan \mathcal{P} .