

Correction du dur 10 - Type

Dans le repère orthonormé $(A; \vec{AB}, \vec{AD}, \vec{AE})$

1) C(1; 1; 0)

@ F(1; 0; 1)

G(1; 1; 1)

I(0; 1/2; 1)

I milieu de $[EH]$

K(7/9; 5/9; 5/9)

(b) $\vec{m} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\vec{CF} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\vec{CI} \begin{pmatrix} -1 \\ -1/2 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\vec{CF}$ et $\vec{CI}$ non colinéaires
donc C, F et I non alignés
et définissent bien un
plan (CFI)

$$\begin{cases} \vec{m} \cdot \vec{CF} = 0 - 2 + 2 = 0 \\ \vec{m} \cdot \vec{CI} = -1 + 2 \times (-1/2) + 2 \times 1 = -1 - 1 + 2 = 0 \end{cases}$$

$$\vec{m} \perp \vec{CF} \text{ et } \vec{m} \perp \vec{CI}$$

donc $\vec{m}$ est un vecteur normal
au plan (CFI) .

c) donc $(CFI): x + 2y + 2z + d = 0$

et $C \in (CFI) \Leftrightarrow 1 + 2 + 0 + d = 0 \Leftrightarrow d = -3$

donc (CFI) a pour équation cartésienne

$x + 2y + 2z - 3 = 0$

2) $d \perp (CFI)$ donc $\vec{m}$ est un vecteur directeur de d

@ et $G \in d$, alors

$$d: \begin{cases} x = t + 1 \\ y = 2t + 1 \\ z = 2t + 1 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

(b) $(t+1) + 2(2t+1) + 2(2t+1) - 3 = 0$

$\Leftrightarrow 9t + 2 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{2}{9}$

$$\begin{cases} x = -\frac{2}{9} + 1 = \frac{7}{9} \\ y = -\frac{4}{9} + 1 = \frac{5}{9} \\ z = y = \frac{5}{9} \end{cases}$$

Donc $K(7/9; 5/9; 5/9)$

est l'intersection
de d et du plan (CFI)
or $d \perp (CFI): (GK) \perp (CFI)$
donc K est le projeté
orthogonal de G sur (CFI)

c) La distance du point G au plan (CFI) est la longueur GK

$$\overrightarrow{GK} \begin{pmatrix} -2/9 \\ -4/9 \\ -4/9 \end{pmatrix} \quad GK^2 = \left(\frac{2}{9}\right)^2 + \left(\frac{4}{9}\right)^2 + \left(\frac{4}{9}\right)^2 = \frac{36}{81}$$

1,25

$$\Leftrightarrow GK = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

3) a) Le triangle FGC est rectangle isocèle en G
 $A_{FGC} = \frac{1}{2} \times GC \times GF = \frac{1}{2}$ u.a.
 et la hauteur issue de I est $II = 1$
 (carre I milieu de [FG])

donc $\underline{V = \frac{1}{3} \times 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6} \text{ u.v.}}$

b) $V = \frac{1}{6} = \frac{1}{3} \times b \times h$

en prenant pour b, l'aire du triangle CFI,
 on a $h = GK = \frac{2}{3}$

alors $\frac{1}{6} = \frac{1}{3} \times b \times \frac{2}{3}$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{6} = \frac{2}{9} \times b$$

$$\Leftrightarrow b = \frac{1}{6} \times \frac{9}{2}$$

$$\Leftrightarrow b = \frac{3}{4}$$

L'aire du
 triangle CFI
 est de $\frac{3}{4}$ u.a

1,25

Exercice 2 (2 pts) : La figure ci-dessous représente un cube ABCDEFGH.

Les points I, J, K sont définis par les conditions suivantes : I est le milieu du segment [AD], J est tel que $\overrightarrow{AJ} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AE}$, et K est le milieu du segment [FG].

Construire la section du cube par le plan (IJK).

