

Devoir n°10 - Espace - TSpé

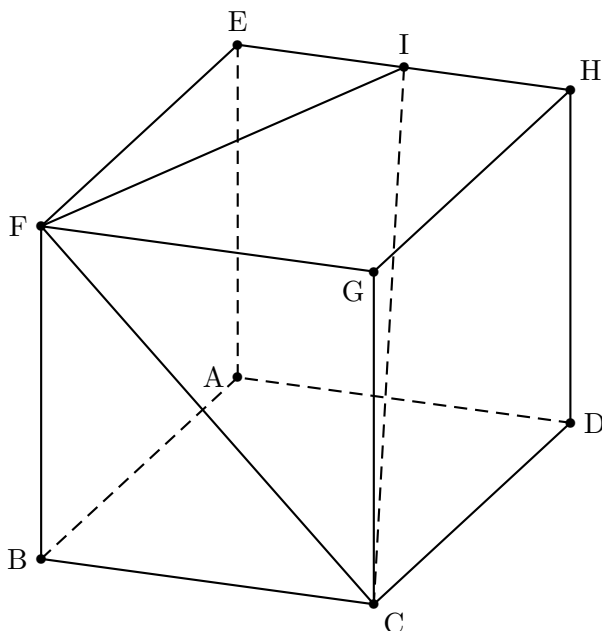
22 février 2024 - 45 min

Exercice 1 (Polynésie sept 2022 - 8 pts) :

On considère un cube $ABCDEFGH$ d'arête de longueur 1, dont la figure est donnée ci-dessous.

On note I le milieu du segment $[EH]$, et on considère le triangle CFI .

L'espace est muni du repère orthonormé $(A ; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.



1. a) Donner les coordonnées des points C , F , G et I .
b) Démontrer que le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ est normal au plan (CFI) .
c) Vérifier qu'une équation cartésienne du plan (CFI) est : $x + 2y + 2z - 3 = 0$.
2. On note d la droite passant par G et orthogonale au plan (CFI) .
a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite d .
b) Démontrer que le point $K \left(\frac{7}{9} ; \frac{5}{9} ; \frac{5}{9} \right)$ est le projeté orthogonal du point G sur le plan (CFI) .
c) Calculer la distance du point G au plan (CFI) .
3. On considère la pyramide $GCFI$.
On rappelle que le volume V d'une pyramide est donné par la formule

$$V = \frac{1}{3} \times b \times h,$$

où b est l'aire d'une base et h la hauteur associée à cette base.

On admet que le volume de la pyramide $GCFI$ est égal à $\frac{1}{6}$, exprimé en unité de volume.

En déduire l'aire du triangle CFI , en unité d'aire.

Exercice 2 (2 pts) : La figure ci-dessous représente un cube ABCDEFGH.

Les points I, J, K sont définis par les conditions suivantes : I est le milieu du segment $[AD]$, J est tel que $\overrightarrow{AJ} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AE}$, et K est le milieu du segment $[FG]$.

Construire la section du cube par le plan (IJK).

