

Correction du devoir n°12 - type

A B C D E F G H (2 voyelles et 6 consonnes)

1) a) $\binom{8}{2} = \frac{8!}{2!6!} = \frac{8 \times 7}{2} = 28$

28 tirages possibles.

1 b) $\binom{2}{1} \binom{6}{1} = 2 \times 6 = 12$ tirages gagnants
voyelle consonne

$\frac{12}{28} = \frac{3}{7}$ probabilité de gagner

2) a)

valeur de G	$10 - k$	$-k$	Total
probabilité	$\frac{3}{7}$	$\frac{4}{7}$	1

 $k \in \mathbb{N}^*$

$P(G = 10 - k) = \frac{3}{7}$

b) $E(G) = \frac{3}{7} (10 - k) - k \times \frac{4}{7} = \frac{30 - 3k - 4k}{7} = \frac{30 - 7k}{7}$

Le jeu est favorable au joueur si $E(G) > 0$

$E(G) > 0 \Leftrightarrow 30 - 7k > 0 \Leftrightarrow 30 > 7k \Leftrightarrow \frac{30}{7} > k$

2,28 $\frac{30}{7} = 4,3$ Au maximum la somme payée au départ devra être de 4 €.

3) a) on répète 10 fois la même expérience de Bernoulli, "jouer une partie". 2 issues possibles S: "on gagne" et $\bar{S}$. Les lettres sont remises dans le sac donc chaque partie est indépendante de la précédente.

$p = P(S) = \frac{3}{7}$

1 X , qui compte le nombre de joueurs gagnants, suit donc la loi Binomiale $\mathcal{B}(10; \frac{3}{7})$

b) $P(X=4) = \binom{10}{4} \times \left(\frac{3}{7}\right)^4 \times (1 - \frac{3}{7})^{10-4}$
 $= \binom{10}{4} \times \left(\frac{3}{7}\right)^4 \times \left(\frac{4}{7}\right)^6 \approx \underline{9,247}$

0,25

$$c) P(X \geq 5) = 1 - P(X \leq 4) \\ \approx \underline{0,440}$$

d'après la calculatrice

97) La probabilité qu'il y ait au moins 5 joueurs gagnants est de 0,440 environ

$$d) P(X \leq K) \geq 0,9$$

d'après la calculatrice

$$1) \begin{cases} P(X \leq 5) \approx 0,782 \\ P(X \leq 6) \approx 0,921 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{donc le plus petit entier} \\ n \text{ tel que } P(X \leq K) \geq 0,9 \\ \text{est } \underline{K=6} \end{array}$$

$$e) \text{ Cette fois } X \sim B(n; 3/4)$$

$$\text{on cherche } P(X \geq 1) \geq 0,999$$

$$\text{soit } 1 - P(X=0) \geq 0,999$$

$$\Leftrightarrow 1 - \left(\frac{1}{4}\right)^n \geq 0,999$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{4}\right)^n \leq 0,001$$

$$\Leftrightarrow \ln \left(\frac{1}{4}\right)^n \leq \ln(0,001)$$

$$\Leftrightarrow n \ln \left(\frac{1}{4}\right) \leq \ln(0,001)$$

$$\Leftrightarrow n \geq \frac{\ln(0,001)}{\ln(1/4)}$$

$$\ln(1/4) < 0$$

$n \mapsto \ln n$
strictement
croissante sur
 $]0; +\infty[$

$$\text{or } \frac{\ln(0,001)}{\ln(1/4)} \approx 8,2$$

A partir de 9 joueurs, $P(X \geq 1) \geq 0,999$